Глава 9

Многоотраслевое приближение динамики производства

В этой главе мы возвращаемся к многоотраслевой модели производственной системы, обсуждаемой в главе 4. Мы предполагаем, что производство стоимости и динамика производственных факторов в каждой отрасли могут быть описаны по правилам, сформулированным в главах 5 и 6. Это позволяет нам включить в рассмотрение на отраслевом уровне технологические изменения и ограничения, связанные с доступностью труда и замещающей энергии. Схематизация производственного процесса даёт нам средства описать детальную картину экономического роста с учётом особенностей каждой отрасли. Возможности метода иллюстрируются на примере простейшей модели, включающей только три отрасли.

9.1 Динамика производственных факторов отрасли

В основу описания функционирования производственной системы положена многоотраслевая модель, сформулированная Леонтьевым (Leontief, 1936, 1941, 1988) и Сраффа (Sraffa, 1975). Следуя предположениям главы 4, мы полагаем, что производственная система состоит из n отраслей, каждая из которых создаёт свой собственный продукт. Отрасли взаимодействуют друг с другом, по правилам, описанным в главе 4. Далее, придерживаясь рассуждений предыдущей работы (Pokrovski, 1999), мы собираемся продвинуться в описании динамического поведения системы с учётом возможных ограничений на трудозатраты и замещающую работу, начиная с обсуждения динамики отдельной отрасли.

9.1.1 *Динамика технологических коэффициентов*

Отдельную отрасль производственной системы, обозначенную номером i $(i = 1, 2, \ldots, n)$, можно представить как собрание производственного оборудования K^i, которое приводится в действие трудозатратами L^i и замещающей работой P^i. Можно допустить, что все утверждения главы 5 могут быть воспроизведены для отдельного сектора, и уравнения (5.6) и (5.13) для производственных факторов можно записать для каждой отрасли

$$\frac{dK^i}{dt} = I^i - \mu K^i, \quad \frac{dL^i}{dt} = \lambda^i I^i - \mu L^i, \quad \frac{dP^i}{dt} = \varepsilon^i I^i - \mu P^i. \tag{9.1}$$

Технологические коэффициенты λ^i и ε^i $(i = 1, 2, \ldots, n)$ характеризуют производственный капитал, используемый в отрасли i. Можно ввести безразмерные технологические переменные для каждой отрасли

$$\overline{\lambda}^i = \lambda^i K^i / L^i, \qquad \overline{\varepsilon}^i = \varepsilon^i K^i / P^i$$

и предположить, что рассуждения разделов 5.3 и 5.4 могут быть повторены для каждой отрасли, так что технологические переменные определяются уравнениями, подобными уравнениям (5.30) и (5.31), а именно

$$\frac{d\overline{\lambda}^i}{dt} = -\frac{1}{\tau^i}\left(\overline{\lambda}^i - \frac{\tilde{\nu}^i + \mu}{\tilde{\delta}^i + \mu}\right), \quad \frac{d\overline{\varepsilon}^i}{dt} = -\frac{1}{\tau^i}\left(\overline{\varepsilon}^i - \frac{\tilde{\eta}^i + \mu}{\tilde{\delta}^i + \mu}\right). \tag{9.2}$$

Времена перехода τ^i от одной технологической ситуации к другой определяются внутренними процессами замены технологии в отрасли и могут быть различными для различных отраслей. В уравнениях (9.2) использованы также символы для темпов потенциального роста основного капитала, трудозатрат и замещающей работы в каждом секторе, $\tilde{\delta}^i$, $\tilde{\nu}^i$ и $\tilde{\eta}^i$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$. Эти величины соотносятся, очевидно, с темпами потенциального роста факторов производства для всей производственной системы, которые по предположению заданы как функции времени.

Также удобно записать уравнение для секторного технологического индекса

$$\frac{d\alpha^i}{dt} = \frac{\tilde{\delta}^i - \tilde{\nu}^i - \alpha^i\,(\tilde{\eta}^i - \tilde{\nu}^i)}{\tau^i(\overline{\varepsilon}^i - \overline{\lambda}^i)(\tilde{\delta}^i + \mu)} \tag{9.3}$$

Можно видеть, что, если темп потенциального роста капитала $\tilde{\delta}^i(t)$ определен уравнением

$$\tilde{\delta}^i = \tilde{\nu}^i + \alpha^i(\tilde{\eta}^i - \tilde{\nu}^i),$$

технологический индекс оказывается интегралом развития, и, поэтому, должен рассматриваться как очень важная характеристика производственной отрасли.

9.1.2 *Инвестиции*

Значения текущих инвестиций I^i $(i = 1, 2, \ldots, n)$ в уравнениях (9.1) определяют изменение производственных факторов и, в конце концов, будущий выпуск, и потому возникает проблема установления инвестиций для того, чтобы обеспечить желаемое и согласованное увеличение выпуска. При стремлении к расширению производства, инвестиции I^i в отрасль с индексом i определяются внутренними и внешними ограничениями на развитие отрасли и производственной системы в целом. Можно предположить здесь, что ограничение из-за материальных ресурсов, оказываются включенными в технологии. Внутренние ограничения определяются ограниченностью выпуска и необходимым непроизводственным потреблением. Без учёта ограничений на трудозатраты и энергию, существует некоторый темп потенциального роста капитала $\tilde{\delta}^i$, который связан с потенциальными инвестициями в отрасль

$$\tilde{I}^i = (\tilde{\delta}^i + \mu)\,K^i.$$

Предполагается, что существует метод, например, метод, описанный в разделе 4.3.3, для вычисления потенциальных инвестиций сектора и, следовательно, согласно вышеупомянутому отношению, темпа потенциального прироста капитала. Внешние ограничения определяются доступностью труда и энергии, что для каждого сектора задаётся темпами потенциального роста трудозатрат и замещающей энергии $\tilde{\nu}^i(t)$ и $\tilde{\eta}^i(t)$. Эти экзогенные характеристики считаются функциями времени.

Итак, в случае, когда известны потенциальные инвестиции и темпы возможного роста производственных факторов $\tilde{\nu}^i(t)$ и $\tilde{\eta}^i(t)$, записываем соотношение, подобное уравнению (5.27), для каждой отрасли

$$I^i = \chi^i K^i + \min\left\{\tilde{I}^i,\, (\tilde{\nu}^i + \mu)L^i/\lambda^i,\, (\tilde{\eta}^i + \mu)P^i/\varepsilon^i\right\}, \qquad (9.4)$$

где χ^i - центральное планирующее вмешательство в секторе i. Коэффициенты вмешательства χ^i для многоотраслевой модели могут интерпретироваться как коэффициенты перераспределения инвестиций среди различных отраслей так, чтобы

$$\sum_{i=1}^{n} \chi^i K^i = 0.$$

Отношением (9.4) определяются три моды развития каждой отрасли. Первая возможность в соотношении (9.4) реализуется при внутренних ограничениях. Вторая возможность реализуется в случае изобилия замещающей работы и сырья и нехватки труда. В этом случае, труд используется полностью и имеется возможность для того, чтобы привлечь дополнительную замещающую работу. Последнее вызывает технологические изменения, которые приводят к уменьшению трудозатрат и увеличению потребления замещающей в производственных процессах работы. Последняя возможность в (9.4) реализуется при нехватке замещающей работы и изобилия труда и сырья. Каждая из отраслей может функционировать в одной из этих трех мод, и поэтому есть много возможных способов развития многоотраслевой экономики.

9.2 Отраслевое производство стоимости

9.2.1 *Отраслевая производственная функция*

Как было описано в главе 2, отраслевой выпуск характеризуется тремя векторами: валовым продуктом $X^i = X_i$, конечным продуктом Y_i и отраслевым производством стоимости Z^i. Эти величины связаны друг с другом уравнениями (4.6) и (4.7), которые могут быть записан в форме

$$X_i = \frac{1}{1-a^i} Z^i, \quad Y_j = \sum_{i=1}^{n} \frac{\delta^i_j - a^i_j}{1-a^i} Z^i, \quad a^i = \sum_{i=1}^{n} a^i_j, \qquad (9.5)$$

где a^i_j - компонента матрицы коэффициентов промежуточного потребления (матрица затраты - выпуск), введенной соотношением (4.2).

Нашей ближайшей задачей является определение векторов выпуска как функций производственных факторов. В силу соотношения (4.12) и записанных выше соотношений, валовой продукт $X^i = X_i$, конечный продукт Y_i и производство стоимости Z^i в каждом секторе $(i = 1, 2, .., n)$ связаны с вектором отраслевого основного капитала K^i, представляющего отраслевое производственное оборудование,

$$X_i = \frac{1}{b^i} K^i, \quad b^i = \sum_{j=1}^{n} b_j^i, \tag{9.6}$$

$$Y_j = \sum_{i=1}^{n} \xi_j^i K^i, \quad \xi_j^i = \frac{\delta_j^i - a_j^i}{b^i} = \xi^i \frac{\delta_j^i - a_j^i}{1 - a^i}, \tag{9.7}$$

$$Z^i = \xi^i K^i, \quad \xi^i = \sum_{j=1}^{n} \xi_j^i = \frac{1 - a^i}{b^i}, \tag{9.8}$$

где a_j^i - матрица коэффициентов промежуточного потребления (матрица затраты - выпуск), и b_j^i - матрица коэффициентов основного капитала (матрица капитал - выпуск). Все индексы приобретают значения от 1 до n. Компоненты фундаментальных технологических матриц a_j^i и b_j^i комбинируются, чтобы образовать компоненты матрицы продуктивности капитала ξ_j^i. Величины ξ_j^i показывают, как увеличение производственного оборудования в секторе i влияет на конечный продукт в секторе j. Можно видеть, что необходимы все компоненты матрицы фондоотдачи для того, чтобы вычислить конечный продукт.

Формулы (9.6) - (9.8) связывают векторные характеристики выпусков X_i, Y_j и Z^i с величиной отраслевого капитала K^i. С другой стороны, производство стоимости связано с отраслевым потреблением факторов производства: труда L^i и замещающей работы P^i. Можно ожидать, что, в общем случае, величины отраслевых производительностей определены производственными факторами, используемыми во всех отраслях. В самом простом случае можно считать, что производство стоимости Z^i в отрасли определяется потреблением производственных факторов в этой же отрасли. В этом случае, мы обращаемся к процедуре, которая использовалась в разделе (6.3), чтобы записать

$$Z^i = Z_0^i \frac{L^i}{L_0^i} \left(\frac{L_0^i}{L^i} \frac{P^i}{P_0^i} \right)^{\alpha^i}, \quad \alpha^i = \frac{1 - \overline{\lambda}^i}{\overline{\varepsilon}^i - \overline{\lambda}^i}. \tag{9.9}$$

Постоянные Z_0^i определены начальными значениями переменных. Далее, валовой продукт X_i и конечный продукт Y_i могут быть непосредственно выражены через производственные факторы с помощью соотношений (9.5).

9.2.2 *Предельные производительности и технологическое изменение*

Уравнения (9.8) и (9.9) представляют два взаимодополняющих выражения для производства стоимости в секторе i

$$Z^i = \begin{cases} \xi^i K^i, & \xi^i = \dfrac{1-a^i}{b^i}, \\ Z_0^i \dfrac{L^i}{L_0^i} \left(\dfrac{L_0^i}{L^i} \dfrac{P^i}{P_0^i} \right)^{\alpha^i}, & \alpha^i = \dfrac{1-\overline{\lambda}^i}{\overline{\varepsilon}^i - \overline{\lambda}^i} \end{cases}, \quad i = 1, 2, \dots n, \tag{9.10}$$

так что, сравнивая их, можно установить

$$\xi^i = Z_0^i \frac{L^i}{L_0^i K^i} \left(\frac{L_0^i}{L^i} \frac{P^i}{P_0^i} \right)^{\alpha^i}, \quad \alpha^i = \frac{1-\overline{\lambda}^i}{\overline{\varepsilon}^i - \overline{\lambda}^i}.$$

Записанные выше соотношения устанавливают, что отраслевое производство стоимости Z^i определяется как производственными факторами K^i, L^i и P^i, так и характеристиками производственной системы α^i и ξ^i.

Чтобы разделить влияние производственных факторов и изменения производственной системы как таковой, можно рассмотреть дифференциал производства стоимости

$$dZ^i - \mathit{\Delta}^i dt = \begin{cases} \xi^i \, dK^i \\ \beta_i \, dL^i + \gamma_i \, dP^i \end{cases}, \quad i = 1, 2, \dots n \tag{9.11}$$

где предельная производительность капитала ξ^i указана выше, и, в силу установленных выше определений, записать

$$\beta_i = \xi^i (1 - \alpha^i) \frac{K^i}{L^i}, \quad \gamma_i = \xi^i \alpha^i \frac{K^i}{P^i}, \tag{9.12}$$

$$\mathit{\Delta}^i = -\frac{K^i}{b^i} \frac{da^i}{dt} - \frac{(1-a^i) K^i}{b^i} \frac{db^i}{dt} = Z^i \ln \left(\frac{L_0^i}{L^i} \frac{P^i}{P_0^i} \right) \frac{d\alpha^i}{dt} = Z^i \frac{1}{\xi^i} \frac{d\xi^i}{dt} \tag{9.13}$$

Величина $\mathit{\Delta}^i$ связана с изменением компонент технологических матриц A и B, и может быть названа технологическим изменением.

Заметим, что соотношения (9.11) справедливы для случая, когда стоимость продуктов измерена в денежных единицах постоянной покупательной способности (единица, не зависящая от времени). В противном случае, мы должны использовать новую величину $\hat{Z}^i$, которая представляет производство стоимости, измеренное текущей денежной единицей, что приводит к выражению

$$\frac{d\hat{Z}^i}{dt} = p_i \left(\frac{dZ^i}{dt}\right)_{p_i} + \hat{Z}^i \frac{d\ln p_i}{dt}, \tag{9.14}$$

где $\left(\frac{dZ^i}{dt}\right)_{p_i}$ - производная производства стоимости в секторе i при постоянных ценах, данная формулой (9.11). Индексы цен продуктов p_i следует рассматривать как новые переменные. Необходимы дополнительные уравнения, которые будут обсуждаться далее в главе 10, для того, чтобы включить индексы цен в рассмотрение в этом случае. В этой главе мы ограничиваемся случаем, когда все цены постоянны.

9.3 Правила агрегирования и структурный сдвиг

9.3.1 *Производственные факторы*

Чтобы вернуться к одноотраслевому описанию производственной системы, обратимся к естественным определениям (которые обсуждались в разделе 2.3.2, уравнение 2.24 и разделе 5.1, уравнение 5.1) факторов производства как суммы соответствующих отраслевых величин

$$K = \sum_{i=1}^{n} K^i, \quad L = \sum_{i=1}^{n} L^i, \quad P = \sum_{i=1}^{n} P^i.$$

Можно просуммировать уравнения (9.1) для динамики отраслевых производственных факторов для того, чтобы получить уравнения (5.6) и (5.13) для динамики производственных факторов во всей производственной системы в целом. Эта процедура определяет технологические коэффициенты для всей производственной системы через отраслевые технологические коэффициенты

$$\lambda = \sum_{j=1}^{n} \frac{I^j}{I} \lambda^j, \qquad \varepsilon = \sum_{j=1}^{n} \frac{I^j}{I} \varepsilon^j, \tag{9.15}$$

где I^j - валовые инвестиции в отрасль j, и $I = \sum_{j=1}^{n} I^j$ - валовые инвестиции в производство в целом.

Удобно ввести символы для темпов роста отраслевых производственных факторов: капитала, трудозатрат и замещающей работы, δ^i, ν^i и η^i, соответственно. В этих символах, уравнения (9.1) - (9.4) могут быть переписаны в виде

$$I^i = (\delta^i + \mu)K^i, \qquad \lambda^i = \frac{\nu^i + \mu}{\delta^i + \mu}\frac{L^i}{K^i}, \qquad \varepsilon^i = \frac{\eta^i + \mu}{\delta^i + \mu}\frac{P^i}{K^i}, \tag{9.16}$$

Теперь можно определить темпы роста производственных факторов для всей системы соотношениями

$$\delta = \frac{1}{K}\sum_{i=1}^{n} \delta^i K^i, \quad \nu = \frac{1}{L}\sum_{i=1}^{n} \nu^i L^i, \quad \eta = \frac{1}{P}\sum_{i=1}^{n} \eta^i P^i. \tag{9.17}$$

Введенные усредненные темпы роста зависят, вообще говоря, от времени, даже если секторные темпы роста постояны.

Можно легко убедиться, что записанные выше формулы (9.15) и (9.17) позволяют нам вернуться к выражениям для инвестиций и технологических коэффициентов для производственной системы в целом

$$I = (\delta + \mu)K, \quad \lambda = \frac{\nu + \mu}{\delta + \mu}\frac{L}{K}, \quad \varepsilon = \frac{\eta + \mu}{\delta + \mu}\frac{P}{K}.$$

9.3.2 *Производство стоимости*

Конечный продукт всей системы (валовой внутренний продукт) вычисляется по одному из двух нижеследующих правил

$$Y = \begin{cases} \sum_{j=1}^{n} Y_j \\ \sum_{i=1}^{n} Z^i \end{cases}$$

в то время как секторное производство стоимости Z^i определяется выражениями (9.8) и (9.9). Воспользуемся уравнением (9.8), чтобы найти выражение для конечного продукта и его производной

$$Y = \sum_{i=1}^{n} \xi^i K^i, \quad \frac{dY}{dt} = \sum_{i=1}^{n} Z^i \left(\delta^i + \frac{1}{\xi^i}\frac{d\xi^i}{dt}\right) \tag{9.18}$$

Можно выделить темп роста всего капитала δ и использовать уравнение (9.13) для технологического изменения $\mathit{\Delta}^i$, чтобы получить выражение для темпа роста конечного выпуска в форме

$$\frac{1}{Y}\frac{dY}{dt} = \delta + \frac{1}{Y}\sum_{i=1}^{n}\left[\mathit{\Delta}^i + Z^i\left(\delta^i - \delta\right)\right]. \qquad (9.19)$$

Отклонение темпа роста конечного продукта от темпа роста капитала δ связано с отраслевыми технологическими изменениями производственной системы и с неравномерностью развития отраслей. Сравнение уравнения (9.19) с уравнениями (6.21) и (6.23) позволяет нам определить выражения для технологического изменения и структурного сдвига

$$\mathit{\Delta} = \sum_{i=1}^{n}\left[\mathit{\Delta}^i + Z^i\left(\delta^i - \delta\right)\right]. \qquad (9.20)$$

Это позволяет, в соответствии с соотношением (6.22), вычислить технологический индекс согласно уравнению

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{1}{Y}\left[\ln\left(\frac{L_0}{L}\frac{P}{P_0}\right)\right]^{-1}\sum_{i=1}^{n}\left[\mathit{\Delta}^i + Z^i\left(\delta^i - \delta\right)\right]. \qquad (9.21)$$

Заметим, что темп роста отраслевой конечной продукции δ_j, вообще говоря, отличен от темпа роста производства стоимости в отрасли δ^i. Эти величины связаны, в силу уравнения (9.2), соотношением

$$\delta_j = \sum_{i=1}^{n}\delta^i\,\frac{\delta_j^i - a_j^i}{1 - a^i}\,\frac{Z^i}{Y_j} \qquad (9.22)$$

9.4 Уравнения эволюции

Мы обращаемся к результатам этой и предыдущих глав для того, чтобы записать замкнутую систему уравнений для динамики выпуска производственной системы, которая, по предположению, состоит из n отраслей. Выражение (9.10) определяет производство стоимости в каждой отдельной отрасли, в то время как уравнения (9.1), (9.2) и (9.4) определяют динамику производственных факторов. Для отраслевых производственных факторов и характеристик системы может быть записана система уравнений, подобная системе (5.36) с тем лишь различием, что вместо агрегированных величин следует поставить отраслевые величины, однако в этом случае должны быть заданы темпы потенциального роста производственных факторов в каждой отрасли. Система уравнений эволюции может быть также записана в другой эквивалентной форме, подобной системе (6.22) при использовании другого набора заданных параметров. Мы обращаемся здесь к последнему варианту.

9.4.1 *Основные соотношения*

Полагаем, что система уравнений для каждой отрасли может быть записана в виде, подобном системе (6.22), так что отрасль (помеченная индексом i, $i = 1, 2, \ldots, n$) описывается переменными:

Z^i - производство стоимости,
K^i - стоимость производственного оборудования,
L^i - потребление труда (трудозатраты),
P^i - использование замещающей работы,
α^i - технологический индекс.

Система уравнений для перечисленных переменных записывается следующим образом:

$$\begin{aligned}
Z^i &= \xi^i K^i, \\
\frac{dK^i}{dt} &= \delta^i K^i, \quad \delta^i = \frac{\nu^i + (1-\overline{\lambda}^i)\mu^i}{\overline{\lambda}^i}, \quad \mu^i = \mu^i(t), \quad \overline{\lambda}^i = \overline{\lambda}^i(t), \\
\frac{dL^i}{dt} &= \nu^i L^i, \quad \nu^i = \nu^i(t), \\
\frac{dP^i}{dt} &= \eta^i P^i, \quad \eta^i = \frac{\delta^i - (1-\alpha^i)\nu^i}{\alpha^i}, \quad \alpha^i = \frac{\ln\left(\dfrac{Z^i}{Z_0^i}\dfrac{L_0^i}{L^i}\right)}{\ln\left(\dfrac{L_0^i}{L^i}\dfrac{P^i}{P_0^i}\right)}
\end{aligned} \tag{9.23}$$

Валовой и конечный продукты могут быть вычислены дополнительно, соответственно по уравнениям (9.5), то есть

$$X_i = \frac{1}{1-a^i} Z^i, \quad Y_j = \sum_{i=1}^{n} \frac{\xi_j^i}{\xi^i} Z^i, \quad \xi^i = \sum_{i=1}^{n} \xi_j^i \tag{9.24}$$

Напомним, что система уравнений сформулирована при рассмотрении некоторых ограничений, и предполагаем, что не существует никаких других ограничений кроме ограничений на использование производственных факторов. Предполагается, что характеристики функционирования отрасли заданы. Удобно здесь напомнить описание параметров проблемы.

ξ^i_j – матрица предельных производительностей капитала. Компоненты матрицы должны быть заданы как функции времени или же могут вычисляться через компоненты фундаментальных технологических матриц: матрицы затраты - выпуск a^i_j и матрицы капитал - выпуск b^i_j как

$$\xi^i_j = \frac{\delta^i_j - a^i_j}{b^i}, \quad b^i = \sum_{l=1}^{n} b^i_l \tag{9.25}$$

Компоненты матриц a^i_j и b^i_j вычисляются по эмпирическим данным по определениям (4.2) и (4.12). Временна́я зависимость компонент матриц связана с изменениями технологии производства и не может быть определена иначе в рассматриваемой модели.

μ^i – коэффициент выбытия производственного оборудования. При упрощении может быть принято, что эта величина имеет постоянное значение, одинаковое для всех продуктов во всех ситуациях.

ν^i – темп роста трудозатрат в каждом секторе следует задать как функцию времени.

$\overline{\lambda}^i$ – безразмерный технологический коэффициент следует задать как функцию времени.[1] Если величина $\overline{\lambda}^i < 1$, потребление (для единицы основного капитала) труда уменьшается, а потребление производительной энергии (замещающая работа производственного оборудования) увеличивается. Ситуация оказывается противоположной, если величина $\overline{\lambda}^i > 1$.

В рассматриваемой модели перечисленные величины являются фундаментальными характеристиками производственной системы и фиксируют применяемую технологию, так что можно сказать, что технология в многоотраслевой модели задана, если эти параметры известны.

Заметим, что система уравнений (9.23) справедлива для случая, когда все цены или, другими словами, денежная единица измерения стоимости остаётся постоянной в течение времени. Система может быть

[1] Временна́я зависимость технологическх коэффициентов сводится в принципе к фундаментальной временно́й зависимости компонент матриц a^i_j и b^i_j (см. раздел 9.6, соотношения 9.35).

переформулирована для случая, когда цены изменяются. В этом случае следует ввести индексы цен и новые переменные для отраслевого производства стоимости, измеренного в текущих денежных единицах, $\hat{Z}^i$, вместо переменных Z^i (см. уравнение 9.14). Следует также добавить некоторые уравнения для индексов цен продукта p_i, $i = 1, 2, \ldots, n$, которые оказываются в числе новых переменных. Некоторые принципы формулировки уравнений для индексов цен будут обсуждаться в главе 10.

9.4.2 *О решении системы уравнений*

Записанные выше уравнения (9.23) - (9.24) определяют траекторию развития выпуска многоотраслевой производственной системы. Для определения задачи Коши системы эволюционных уравнений должны быть известными начальные значения всех переменных, то есть,

$$Z^i(0), \quad K^i(0), \quad L^i(0), \quad P^i(0), \quad \alpha^i(0), \tag{9.26}$$

в то время как начальное значение основного капитала должно соответствовать начальным значениям выпуска и предельной производительности $K^i(0) = Y^i(0)/\xi^i(0)$. Начальные значения трудозатрат $L^i(0) = L_0^i$ и работы замещения $P^i(0) = P_0^i$ могут быть выбраны произвольно. Задача может быть решена численными методами.

При заданных начальных значениях переменных система эволюционных уравнений позволяет нарисовать картину развития любой экономики, при заданной программе будущего развития в терминах четырех групп величин ξ^i, μ^i, ν^i и $\overline{\lambda}^i$. Уравнения включают ограничения на темпы роста производственных факторов, которые не определены явно, так что следует следить за тем, чтобы вычисленные значения производственных факторов K^i, L^i и P^i, не превышали доступные значения величин, что приводит к некоторым дополнительным ограничениям на программу развития. Конечное потребление и запас промежуточных продуктов оказываются следствием решения задачи о развитии системы. Заметим, что не возникает никакой необходимости в процедурах подгонки, но, чтобы установить начальные значения и представить программу развития, следует знать кое-что об исследуемой экономике.

Можно думать, что сформулированные уравнения отражают некоторые универсальные особенности развития производственной системы. В обсуждаемой теории, экономический рост сопряжен с ростом работы замещения и технологическими изменениями. Установление связи экономического развития и полезного потребления энергии, можно полагать, является критическим для конструирования надлежащих моделей, генерирующих сценарии развития, и большие усилия и много денег было потрачено для того, чтобы создать несколько различных имитационных моделей энерго-экономических систем (Wene, 1996). Имитационные модели основаны на описании многочисленных деталей внутренних процессов, но требуют очень много исходной информации (многих эмпирических параметры). В отличие от этого, феноменологические модели такого рода как описано выше, имеют дело с агрегированными переменными и выглядят проще. Они могут быть полезными при генерировании надежных сценариев развития глобальных и национальных экономических систем в макроэкономических терминах для правительств и банков.

9.5 Динамика трёхотраслевой системы

В качестве простого примера мы рассматриваем динамику производственной системы, состоящей из трех "чистых" (по Леонтьеву) отраслей, которые были описаны в разделе 2.1. Схема производственных процессов представлена в разделе 2.2.2 и в таблице 2.2. Первая отрасль производит средства производства и снабжает все отрасли материальными ресурсами; эта отрасль соответствует первому производственному подразделению Маркса, выпускающему средства и предметы труда. Вторая отрасль связана с правительственными проектами и создает принципы организации (наука, научно-исследовательские и проектные работы, кодификация, произведения искусства), необходимые для организации производства во всех трёх отраслях. Третья отрасль производит товары и услуги для текущего потребления, продукт отрасли полностью потребляется; этой отрасли соответствует производственное подразделение Маркса, выпускающее предметы потребления. Мы прилагаем наши рассуждения к динамике производственной системы России с начала двадцать первого века.

9.5.1 *Балансовые соотношения*

Производство организовано для выпуска продуктов конечного потребления, но для этого необходимы многие другие продукты. Часть валового выпуска каждой из трёх рассматриваемых отраслей распределяется, вообще говоря, по всем отраслям для производственного промежуточного потребления, так что соотношения (4.6) в этом случае могут быть записаны в виде

$$\begin{aligned} X_1 &= a_1^1 X_1 + a_1^2 X_2 + a_1^3 X_3 + Y_1 \\ X_2 &= a_2^1 X_1 + a_2^2 X_2 + a_2^3 X_3 + Y_2 \\ X_3 &= Y_3 \end{aligned} \tag{9.27}$$

Конечный продукт первой отрасли Y_1 представляет валовые инвестиции производственного оборудования $Y_1 = I^1 + I^2 + I^3$ во все отрасли. При накоплении, ивестиции образуют основные производственное фонды (производственное оборудование в широком смысле); распределение основных фондов по отраслям в соответствии с обшим выражением (4.12) считаем пропорциональным валовым выпускам отраслей

$$\begin{aligned} K_1 &= b_1^1 X_1 + b_1^2 X_2 + b_1^3 X_3, \\ K_2 &= 0, \\ K_3 &= 0. \end{aligned} \tag{9.28}$$

Вторая отрасль создает информационные продукты, часть которых, представляющая, в частности, инвестиции в 'человеческий капитал (human capital)' и технический прогресс Y_2, сохраняется. Конечный продукт третьей отрасли полностью потребляется с нормой потребления на работающего c, по предположению равной для работников всех трёх отраслей, так что можно записать $Y_3 = c(L^1 + L^2 + L^3)$. Конечные выпуски отраслей Y_1, Y_2 и Y_3 используется для непосредственного потребления и валового накопления.

Стоимость, произведённая в отраслях, в соответствии с общим представлением (2.13) может быть записана как

$$\begin{aligned} Z^1 &= X_1 - a_1^1 X_1 - a_2^1 X_2 = cL^1 + A^1 + S^1, \\ Z^2 &= X_2 - a_1^2 X_1 - a_2^2 X_2 = cL^2 + A^2 + S^2, \\ Z^3 &= X_3 - a_1^3 X_1 - a_2^3 X_2 = cL^3 + A^3 + S^3. \end{aligned} \tag{9.29}$$

где A^1, A^2, A^3 и S^1, S^2, S^3 обозначают стоимость части производственных фондов отрасли, использованных при создании валового выпуска (амортизация), и прибавочный продукт в трёх отраслях, соответственно.

При рассмотрении уравнений (9.27) и (9.29) можно легко установить свойство модели: хотя стоимость произведённого в отрасли продукта Y_j не равна, вообще говоря, произведённой в отрасли стоимости Z_j (см. обсуждение в разделе 2.2.2), сумма стоимостей всех продуктов равна всему производству стоимости в системе

$$Y = \sum_{j=1}^{3} Y_j = \sum_{j=1}^{3} Z_j = Z.$$

9.5.2 *Уравнения эволюции*

Основная задача заключается в том, чтобы определить временну́ю зависимость компонент валового внутреннего продукта, для которого используем представление (9.7), то есть,

$$Y_j = \sum_{i=1}^{3} \xi_j^i K^i, \quad \xi_j^i = \frac{\delta_j^i - a_j^i}{b^i}, \quad b^i = \sum_{j=1}^{n} b_j^i, \quad j = 1, 2, 3. \tag{9.30}$$

Основные производственные фонды K^j, $j = 1, 2, 3$ могут быть найдены по первому из уравнений (9.1), имеющему вид

$$\frac{dK^i}{dt} = I^i - \mu K^i, \quad i = 1, 2, 3. \tag{9.31}$$

Структура производственной системы (соотношение между различными отраслями) задаётся двумя фундаментальными технологическими матрицами A и B, которые, в рассматриваемом случае, в силу определения отраслей (см. балансовые соотношения 9.27 и 9.28), имеют простой вид

$$\mathsf{A} = \begin{Vmatrix} a_1^1 & a_1^2 & a_1^3 \\ a_2^1 & a_2^2 & a_2^3 \\ 0 & 0 & 0 \end{Vmatrix}, \quad \mathsf{B} = \begin{Vmatrix} b_1^1 & b_1^2 & b_1^3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{Vmatrix}. \tag{9.32}$$

Все компоненты матриц неотрицательны. Заметим, что матрицы являются вырожденными, и это не исключение, но правило, поскольку существуют отрасли, продукт которых непосредственно потребляется (отрасль 3), а также отрасли, которые не производят инвестиционные продукты (отрасли 2 и 3). Матрицы A и B являются характеристиками системы, оценка значений компонент матриц выполняется на основе результатов изучения реальной производственной системы.

Как уже отмечалось, задача об эволюции производственной системы может быть сформулирована в различных приближениях, обсуждаемых в разделах 6.6.1 и 9.4.1. Специальный выбор трёх отраслей позволяет нам определить валовые инвестиции во все отрасли как конечный продукт первой отрасли, распределённый по трём отраслям, $Y_1 = I^1 + I^2 + I^2$. Значения инвестиций ограничены технологическими характеристиками отраслей и доступностью производственных факторов, как определено соотношением (9.4). На основе соотношений (9.30) записываем

$$I^1 + I^2 + I^2 = \xi_1^1 K^1 + \xi_1^2 K^2 + \xi_1^3 K^3, \tag{9.33}$$

и, устанавливая доли валовых инвестиций в каждую отдельную отрасль x_1, x_2, x_3, $(x_1 + x_2 + x_3 = 1)$, формулируем систему уравнений для компонент вектора основных фондов

$$\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}K^1}{\mathrm{d}t} &= (x_1\xi_1^1 - \mu^1)\, K^1 + x_1\xi_1^2\, K^2 + x_1\xi_1^3\, K^3, \\
\frac{\mathrm{d}K^2}{\mathrm{d}t} &= x_2\xi_1^1\, K^1 + (x_2\xi_1^2 - \mu^2)\, K^2 + x_2\xi_1^3\, K^3, \\
\frac{\mathrm{d}K^3}{\mathrm{d}t} &= x_3\xi_1^1\, K^1 + x_3\xi_1^2\, K^2 + (x_3\xi_1^3 - \mu^3)\, K^3.
\end{aligned} \tag{9.34}$$

Система уравнений (9.30) и (9.34) определяет компоненты выпуска, если заданы зависящие от времени величины: компоненты тензора продуктивности ξ_j^i, доли инвестиций в различные отрасли x_1, x_2, x_3, и отраслевые коэффициенты выбытия основных фондов μ^i, $i = 1, 2, 3$. Заметим, что все характеристики производственной системы и её изменений связаны непосредственно с действиями людей; мы можем сказать, что люди определяют *программу развития* в терминах перечисленных параметров.

9.5.3 *Идентификация начального состояния*

Рассматривая эволюцию производственной системы России, за начальный момент времени принимаем 2000 год; представление о начальном состоянии системы составляем по публикациям Росстата (2003, 2008) и результатам предыдущей главы.

Технологические матрицы

Для оценки компонент матрицы A мы обращаемся к таблицам *затраты-выпуск* (Росстат, 2006) для 2003 года и полагаем, что цифры пригодны для описания ситуации в 2000 году. Итоговая таблица прямых затрат для 22 отраслей воспроизведена в приложении А. Чтобы перейти к трёх-отраслевому представлению, очевидно, мы должны, прежде всего, судить о том, какая часть продукта каждой из 22 отраслей используется для непосредственного потребления, а какие части для накопления, а затем скомбинировать числа в столбцах и строках таблицы соответствующим образом. К сожалению, такая процедура оказывается довольно трудоёмкой, а результат оказывается зависящим от опыта и квалификации эксперта, делающего оценки отраслей. Кроме того, существует ещё неопределённость с надежностью статистических оценок. Тем не менее, была сделана попытка оценить компоненты матрицы A этим методом, что привело к следующему результату

$$\mathsf{A} = \begin{Vmatrix} 0.31 & 0.15 & 0.28 \\ 0.08 & 0.12 & 0.33 \\ 0 & 0 & 0 \end{Vmatrix}. \tag{9.35}$$

Матрица B тесно связана с матрицей предельной производительности капитала (см. формулу 9.30), и при оценке компонент матрицы B мы опираемся на наблюдения валовой производительности основных фондов, обсуждаемой в главе 8; на рис. 8.8 приведены значения величины (кривая в ромбиках). Производительность основных фондов не постояна; в начальный период, от 2000 года, она возрастает, что связано, возможно, с восстановлением производства, затем колеблется, что связано, возможно, со случайными обстоятельствами. Для оценки компонент матрицы B мы принимаем среднее значение производительности для периода 2000-2018 годы равное 0,5. Эти соображения, при дополнительном предположении, что отраслевые производительности капитала имеют одинаковые значения, определяет матрицу

$$\mathsf{B} = \begin{Vmatrix} 1,45 & 0,8 & 4,0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{Vmatrix} \textit{год.} \tag{9.36}$$

Значения компонент матрицы B могут быть уточнены при рассмотрении отраслевого распределения основных фондов по отраслям, что может быть найдено в таблице 12.39 статистического сборника (Росстат, 2003).

Обратим здесь внимание, что, в силу указанных выше обстоятельств, точность выполненных оценок компонент матриц A и B не велика; значения компонент (9.35) и (9.36) следует рассматривать только в качестве иллюстративного примера. В силу недостаточной аккуратности оценок, нет смысла обсуждать возможные изменения и пульсации компонент матриц во времени, и мы относим указанные значения ко всему рассматриваемому периоду. Иными словами, мы полагаем, что производственная макроэкономическая структура, заданная матрицами A и B, остаётся неизменной при эволюции производственных процессов.

Матрица предельной производительности капитала (матрица фондоотдачи) (9.30) образована комбинацией компонент матриц A и B и при кокретном виде (9.35) и (9.36) приобретает вид

$$\Xi = \begin{Vmatrix} 0,48 & -0,087 & -0,07 \\ -0,055 & 1,1 & -0,083 \\ 0 & 0 & 0,25 \end{Vmatrix} \quad \textit{1/год}. \tag{9.37}$$

Мы полагаем значения компонент матрицы ξ^i_j неизменными для всего рассматриваемого периода (2000 - 2040). К матрице Ξ относятся все замечания относительно точности оценок компонент матриц A и B.

Начальные значения переменных

По данным Росстата (2003, 2008) значение валового внутреннего продукта Y в 2000 году равно $7320 \cdot 10^9$ рублей в ценах 2000 года. Мы можем сослаться на результаты предыдущей главы (раздел 8.5), чтобы установить, что в этом году компоненты конечного выпуска имели значения

$$\begin{aligned} Y_1(2000) &= 1167 \cdot 10^9\, \textit{рубль(2000)/год}, \\ Y_2(2000) &= 5084 \cdot 10^9\, \textit{рубль(2000)/год}, \\ Y_3(2000) &= 1069 \cdot 10^9\, \textit{рубль(2000)/год}. \end{aligned} \tag{9.38}$$

Эти значения согласно формулам (9.8) определяют (при известных значениях компонент технологических матриц A и B) начальные значения производства стоимости в отраслях

$$\begin{aligned} Z^1(2000) &= 2158 \cdot 10^9\, \textit{рубль(2000)/год}, \\ Z^2(2000) &= 4744 \cdot 10^9\, \textit{рубль(2000)/год}, \\ Z^3(2000) &= 416 \cdot 10^9\, \textit{рубль(2000)/год}. \end{aligned} \tag{9.39}$$

Стоимость основных производственных фондов (в широком смысле, с учётом домашнего имущества и прочих материальных накоплений) K в 2000 году по оценкам Росстата (2003, таблица 12.35; 2008, таблица 11.21) равна (значения приведены при пересчёте к рублям 2000 года) примерно $21000 \cdot 10^9$ рублей 2000 года, однако в дальнейшем Росстат уменьшил (см. раздел 8.4 предыдущей главы) оценку до $17500 \cdot 10^9$ рублей 2000 года. Соотношение между основными фондами и выпуском системы (9.7) при известной матрице фондоотдачи (9.37), позволяет найти величину и распределение основных фондов по отраслям

$$\begin{aligned} K^1(2000) &= 5131 \cdot 10^9 \, \textit{рубль(2000)}, \\ K^2(2000) &= 5200 \cdot 10^9 \, \textit{рубль(2000)}, \\ K^3(2000) &= 4274 \cdot 10^9 \, \textit{рубль(2000)}. \end{aligned} \tag{9.40}$$

Сумма отраслевых производственных фондов равна $14605 \cdot 10^9$ рублей 2000 года и практически совпадает с последней оценкой Росстата (2015), что подтверждает оценку компонент матрицы фондоёмкости (9.37).

Величины трудозатрат и замещающей работы в народном хозяйстве России в 2000 году можно найти в таблице приложения С

$$\begin{aligned} L(2000) &= 118,8 \cdot 10^9 \, \textit{человек-час/год}, \\ P(2000) &= 3,2 \cdot 10^{12} \, \textit{Дж/год}. \end{aligned} \tag{9.41}$$

Каждая из этих величин может быть разбита на три части по отраслям, но в дальнейшие рассуждения их абсолютные значения не входят и потому мы их не приводим.

Перечисленные величины являются начальными значениями основных переменных системы. Кроме этого, необходимы ещё также некоторые другие величины, которые обсудим при формулировке программы развития.

9.5.4 *Эволюция системы при заданной программе*

Для описания наблюдаемых изменений валового внутреннего продукта (ВВП) и его составляющих (рис. 9.1) во времени, а также гипотетического продолжения этих величин, мы используем определяемую уравнениями (9.30) и (9.33) модель с известными начальными значениями переменных (9.38) и (9.40). Сценарий развития определяется заданием матрицы продуктивности ξ_j^i, $j, i = 1, 2, 3$, долей инвестиций в различные отрасли x_j, $j = 1, 2, 3$ и отраслевых коэффициентов

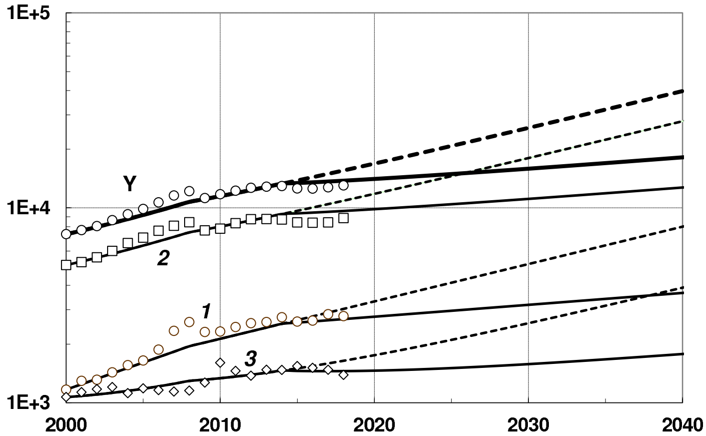

Рисунок 9.1 Сценарии развития экономики России

Траектории отраслевых выпусков (номера отраслей у кривых) вычислены по уравнениям (9.30) и (9.33). Верхние жирные линии представляют суммарный выпуск системы. Начальные участки кривых (до 2010 года) воспроизводят эмпирические значения переменных (точки с символами). Траектории развития при неизменной ситуации 2008 года представлены пунктирными линиями. Сплошные линии изображают выпуски при изменении коэффициента выбытия в 2014 году. Все оценки в миллиардах (10^9) рублей.

выбытия основных фондов μ^j, $j = 1, 2, 3$, которые считаем одинаковыми во всех отраслях. Все эти величины являются, вообще говоря, функциями времени, и конкретные зависимости определяют траекторию развития.

Оценим внвчале значения и зависимости параметров системы для реальной траектории развития. Значения компонент матрицы продуктивности ξ^i_j, определеной выражением (9.37), считаем постоянными, иными словами, макроэкономическую структуру системы считаем неизменной в рассматриваемый период. Распределение инвестиций по отраслям x_1, x_2, x_3 подбирается так, чтобы добиться наилучшего соответствия эмпирических оценок и теоретических зависимостей ВВП и его компонент в начальный период. Это требование определяет доли инвестиций в различные отрасли

$$x_1 = 0,41, \quad x_2 = 0,38, \quad x_3 = 0,21.$$

Мы полагаем, что инвестиционная политика, то есть распределение инвестиций по отраслям является консервативной и значения долей приняты для всего периода. Изменение наклона траектории выпуска мы связываем с изменением значения отраслевых коэффициентов выбытия основных фондов μ^i, $i = 1, 2, 3$. При этом начальное значение коэффициентов выбытия основных фондов принимается равным $\mu^i = 0,043$ для того, чтобы вычисляемая траектория соответствовала начальным эмпирическим значениям ВВП и его составляющих. Начальное значение коэффициентов выбытия основных фондов изменяются на значения $\mu^i = 0,064$ для 2008 и последующих годов в соответствии с эмпирическими наблюдениями. В 2014 году изменяются значения коэффициентов выбытия основных фондов μ^i от 0,064 до 0,095, что необходимо для того, чтобы вычисленная траектория развития соответствовала бы наблюдаемым значениям после 2014 года.

Далее рассматриваются два гипотетических варианта развития ситуации. Сплошными линиями на рис. 9.1 изображены траектории развития в случае, когда значения параметров зафиксированы на уровне 2014 года. К концу периода (год 2040) ВВП и его компоненты выходят на экспоненциальный рост с асимптотическим значением темпа роста 0.014. В другом, случае мы предполагаем, что после 2008 года не происходит ни структурных сдвигов, определяемых изменениями значений компонент фундаментальных матриц, ни инвестиционной политики, фиксируемой значениями величин x_1, x_2, x_3, ни изменения отраслевых коэффициентов выбытия основных фондов, и соответствующие траектории развития, избраженные на рис. 9.1 пунктирными линиями, выходят на экспоненциальный рост с асимптотическим значением темпа роста 0.044.

Рассмотрение этих сценариев, конечно, не доказывает, что изменение темпа выпуска связано именно с изменением коэффициента выбытия; на темп выпуска влияют также изменение инвестиционной политики и производительности основных фондов. Рассмотренный метод позволяет демонстрировать влияние структурных изменений, инвестиционной политики, политики замещения оборудования и прочих предполагаемых возможных воздействиях на систему. Метод можно рассматривать как инструмент исследования тенденций развития и выработки экономической политики. Так, например, при необходимости изменить соотношение между величинами выпусков различных отраслей следует обратиться к изменению инвестиционной политики. Для увеличения темпов роста следует увеличить инвестиции в первую отрасль, производящую предметы для производства. При этом, конечно, значения отраслевых инвестиций могут быть вычислены при рассмотрении инвестиционной программы, которая может быть сформулирована на основе соотношений раздела 9.5.5 с учетом правил налогообложения, расходов и сбережения, а также доступности рабочей силы и производительной энергии.

При рассмотрении мы неоднократно отмечали предположения, сделанные при оценке необходимых для вычисления величин, в частости, указывали на приблизительный характер оценок компонент матриц (9.37), так что описанную картину развития России следует рассматривать не как какой-либо прогноз, а как демонстрацию метода и правил построения сценариев развития при наличии аккуратных экономических оценок и наблюдений.

9.5.5 *Планирование производственной деятельности*

Записанные в разделе 9.5.2 уравнения позволяют определить конечный выпуск производственной системы при известной матрице производительности и при заданном распределении инвестиций, которые играют роль управляющих параметров; однако, как уже отмечалось в предыдущем разделе, при этом остаётся произвол в назначении этих параметров, и, чтобы ислючить произвол, мы можем рассмотреть ограничения на выбор отраслевых инвестиций. Для этого мы обращаемся к балансовым соотношениям (9.27), которые опредляют компоненты валового выпуска X_1, X_2 и X_3 при заданных комонентах конечного выпуска Y_1, Y_2 и Y_3. Мы учитываем, что в производственную деятельность включена банковская система таким образом, как она описана в третьей главе, и обращаемся к соотношениям (3.5), которые, при замене буквенных индексов на цифровые, позволяют определить выражения для компонент конечного выпуска

$$
\begin{aligned}
Y_1 &= -a_1^2X_2 - a_1^3X_3 + a_2^1X_1 \\
&\qquad +I^1 + V^1 + T_1 + (\kappa - r_1)D_1 + q_1B_1 + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(D_1 - B_1) \\
Y_2 &= -a_2^1X_1 - a_2^3X_3 + a_1^2X_2 \\
&\qquad +I^2 + V^2 + T_2 + (\kappa - r_2)D_2 + q_2B_2 + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(D_2 - B_2) \\
Y_3 &= a_1^3X_3 + a_2^3X_3 \\
&\qquad +I^3 + V^3 + T_3 + (\kappa - r_3)D_3 + q_3B_3 + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(D_3 - B_3)
\end{aligned}
\tag{9.42}
$$

Здесь также учтено, что символы для потоков денег из отрасли в отрасль в уравнении (3.5) переписаны как сумма стоимости перемещаемых продуктов с некоторой добавкой, связанной с оплатой банковских услуг, например, $M_{\text{K}\to\text{S}} = a_2^1 X_1 + \epsilon_2^1$. В итоге, при суммировании всех потоков в отрасли j добавки образуют некоторую величину κD_j. В уравнении (9.42) сохранены использованные в третьей главе обозначения для инвестиций I^j, фонда заработной платы работающих (включая предпринимателей) V^j, величины депозитов D_j и кредитов B_j. Налоговые поступления от отраслей обозначены символами T_1, T_2 и T_3 и не привязаны к определённой схеме налогообложения.[2]

Соотношения (9.27) и (9.42) определяют компоненты валового выпуска

$$\begin{aligned} X_1 &= a_1^1 X_1 + a_2^1 X_1 \\ &\qquad + I^1 + V^1 + T_1 + (\kappa - r_1) D_1 + q_1 B_1 + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(D_1 - B_1) \\ X_2 &= a_1^2 X_2 + a_2^2 X_2 \\ &\qquad + I^2 + V^2 + T_2 + (\kappa - r_2) D_2 + q_2 B_2 + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(D_2 - B_2) \\ X_3 &= a_1^3 X_3 + a_2^3 X_3 \\ &\qquad + I^3 + V^3 + T_3 + (\kappa - r_3) D_3 + q_3 B_3 + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(D_3 - B_3) \end{aligned} \tag{9.43}$$

Записанные выражения представляют разложение стоимости валового продукта отрасли по компонентам. Это разложение можно сравнить с разложением, представленным в столбцах таблицы 2.2 второй главы, что позволяет определить введённые там величины, прежде всего, выражения для произведённых в отраслях величин стоимостей

$$\begin{aligned} Z^1 &= X_1 - a_1^1 X_1 - a_2^1 X_1 \\ &\qquad = I^1 + V^1 + T_1 + (\kappa - r_1) D_1 + q_1 B_1 + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(D_1 - B_1) \\ Z^2 &= X_2 - a_1^2 X_2 - a_2^2 X_2 \\ &\qquad = I^2 + V^2 + T_2 + (\kappa - r_2) D_2 + q_2 B_2 + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(D_2 - B_2) \\ Z^3 &= X_3 - a_1^3 X_3 - a_2^3 X_3 \\ &\qquad = I^3 + V^3 + T_3 + (\kappa - r_3) D_3 + q_3 B_3 + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(D_3 - B_3) \end{aligned} \tag{9.44}$$

Соотношения (9.44) можно интерпретировать как распределение произведённой в каждой отрасли стоимости Z^1, Z^2, Z^3 по участникам

[2] Возможны различные схемы налогообложения: по прибыли и доходу, как было записано в третьей главе, и по потреблению производственных факторов, что обсуждается в тринадцатой главе.

производственной деятельности. Входящие в балансовые соотношения (9.42) - (9.44) величины: стоимость приобретаемых инвестиционных продуктов I^j, заработная плата работающим V^j, выплачиваемые налоги T_j и замороженная на банковских счетах стоимость не являются заданными, но и не могут быть произвольно назначенными; существуют некоторые ограничения, связанные с неисключаемыми затратами. Так, например, фонд заработной плата не может быть меньше некоторого уровня выживания работающих, налоги являются обязательными, но их величина является предметом торга между предпринимателями и правительством. Валовые инвестиции I^j в условиях развития должны превышать текущий износ оборудования A^j. Отметим, что оплату текущих банковских операций κD_j также следует отнести к неисключаемым расходам.

Напомним, что все три рассматриваемые отрасли являются производственными отраслями, созидающими реальные продукты, причем сумма отраслевых инвестиций представляет валовые инвестиции в народное хозяйство, собранные налоги и платежи центральный орган расходует на национальные проекты, а произведённый третьим сектором продукт полностью потребляется, что записываем как

$$I = I^1 + I^2 + I^3, \quad G = T_1 + T_2 + T_3, \quad C = V^1 + V^2 + V^3. \qquad (9.45)$$

Каждая отрасль выпускает свой особый продукт, отличающийся характером его использования. Заметим, что произведённые в отраслях стоимости Z^1, Z^2, Z^3 определяются, через соотношения (9.10), производственными факторами: трудозатратами и замещающей работой. Величина факторов, используемых во всех отраслях ограничена; если и существует какой-либо принцип распредения ограниченного количества производственных факторов по отраслям, то он, по-видимому, является субъективным. При любом распределении ограниченность производственных факторов определяет предел масштаба производства.

Выражения (9.44) для распределения производства стоимости в отраслях с существующими ограничениями и дополнительными соотношениями дают основу для рассмотрения задачи о развитии системы как реализации трёх совместных инвестиционных проекта, целью которых явлеется, в конце концов, выпуск потребительских продуктов третьей отрасли, для чего, как можно заметить по соотношениям (9.42), необходимы продукты и остальных отраслей, так что задачу о развитии производственной системы можно рассматривать как единый инвестиционный проект. Как правило, при исполнении инвестиционного проекта привлекаются заёмные денежные ресурсы; накопление денег на банковсих счетах необходимо при подготовке производственных или потребительских проектов. На основе уравнений (9.44) может быть рассмотрена проблема влияния денег на, как говорят, реальное производство - проблема, которая обычно рассматривалась (Keynes, 1936; Minsky, 2008) на примере одно-отраслевого приближения (см. также раздел 6.4.1).

9.6 Технологические коэффициенты и технологические матрицы

В качестве характеристик технологии, определяемой уровнем развития науки и прикладных исследований, в главе 4 были введены фундаментальные технологические матрицы A и B, а в разделе 5.2 – технологические коэффициенты λ и ε. Можно предположить, что перечисленные величины связаны друг с другом. По крайней мере, мы можем попробовать установить некоторые соотношения в рамках многоотраслевой модели производственной системы.

Оборудование, произведенное в отрасли j, характеризуется первичными технологическими коэффициентами λ_j и ε_j. Инвестиции в основное производственное оборудование отрасли j представлено смесью продуктов с различными технологическими коэффициентами

$$\lambda^j = \sum_{i=1}^{n} \frac{I_i^j}{I^j} \lambda_i, \qquad \varepsilon^j = \sum_{i=1}^{n} \frac{I_i^j}{I^j} \varepsilon_i, \qquad I^j = \sum_{i=1}^{n} I_i^j, \tag{9.46}$$

где I_i^j - валовые инвестиции продукта i в отрасль j. Последние соотношения могут быть написаны в другой форме. Прежде всего, мы преобразовываем первое из уравнений (9.32) следующим способом, суммируя

$$\sum_{i=1}^{n} \lambda^i I^i = \sum_{l=1}^{n} \lambda_l I_l.$$

Затем мы используем формулы (4.18) для инвестиций I_l, предполагая, что коэффициенты $\overline{b_l^i}$ являются постоянными, и находим

$$\sum_{i=1}^{n} \lambda^i I^i = \sum_{i,l=1}^{n} \overline{b_l^i} \lambda_l I^i.$$

В силу произвольности значений отраслевых инвестиций I^i, мы имеем для технологических коэффициентов

$$\lambda^j = \sum_{i=1}^{n} \overline{b_i^j} \lambda_i, \qquad \varepsilon^j = \sum_{i=1}^{n} \overline{b_i^j} \varepsilon_i. \tag{9.47}$$

Очевидно, что первичные технологические коэффициенты λ_i и ε_i зависят только от количества продуктов, используемых в производстве, и мы можем записать

$$\begin{aligned} \lambda_i &= \lambda_i(X_1^i, X_2^i, \ldots, X_n^i), \\ \varepsilon_i &= \varepsilon_i(X_1^i, X_2^i, \ldots, X_n^i). \end{aligned}$$

Можно предположить, что технологические коэффициенты не зависят от масштаба производство, таким образом, технологические коэффициенты являются однородными функциями нулевой степени, то есть, в качестве аргументов функций следует использовать отношения продуктов. В силу уравнения (4.2), технологические коэффициенты могут быть записаны как функции компонент технологической матрицы A

$$\begin{aligned} \lambda_i &= \lambda_i(a_1^i, a_2^i, \ldots, a_n^i), \qquad (9.48) \\ \varepsilon_i &= \varepsilon_i(a_1^i, a_2^i, \ldots, a_n^i), \end{aligned}$$

где i - индекс отрасли, выпускающего производственное оборудование.

Таким образом, можно записать для отраслевых технологических коэффициентов

$$\begin{aligned} \lambda^j &= \sum_{i=1}^{n} \overline{b_i^j} \lambda_i(a_1^i, a_2^i, \ldots, a_n^i), \qquad (9.49) \\ \varepsilon^j &= \sum_{i=1}^{n} \overline{b_i^j} \varepsilon_i(a_1^i, a_2^i, \ldots, a_n^i). \end{aligned}$$

Технологические коэффициенты определены как функции компонент фундаментальных технологического матриц A и B, которые считаем зависящими от времени (см. раздел 4.1). Далее, зависимость (9.35) должна быть конкретизирована по эмпирическим данным, и, конечно, возможное приближение зависит от нашего выбора отраслей. Число отраслей, которое мы должны принять во внимание, должно быть довольно большим, чтобы можно было бы размышлять о технологических изменениях. В противном случае, приближение может оказаться недостаточным для того, чтобы описать особенности технологических изменений: внутриотраслевые технологические изменения окажутся возможными. Мы можем проиллюстрировать установленные общие соотношения на простом примере производственной система с тремя отраслями, в которой только одна отрасль производит производственное оборудование с технологическими коэффициентами λ_1 и ε_1. В этом простом случае, основное оборудование во всех отраслях является продуктом первой отрасли

$$\lambda^1 = \lambda^2 = \lambda^3 = \lambda_1, \quad \varepsilon^1 = \varepsilon^2 = \varepsilon^3 = \varepsilon_1.$$

Согласно выражению (9.34), технологические коэффициенты могут быть записаны в виде функции компонентов технологической матрицы A

$$\lambda_1 = \lambda_1(a_1^1, a_2^1), \qquad \varepsilon_1 = \varepsilon_2(a_1^1, a_2^1).$$

Можно полагать, что увеличение продукта науки и исследований, то есть продукта второй отрасли, обеспечивает технологический прогресс, таким образом, зависимость может быть аппроксимирована простым способом

$$\lambda_1 \sim \left(\frac{a_2^1}{a_1^1}\right)^{-v}, \qquad \varepsilon_1 \sim \left(\frac{a_2^1}{a_1^1}\right)^{-u}.$$

Это определяет уменьшение коэффициентов λ_1 и ε_1 при положительных значениях индексов v и u.

Литература

Росстат (2003) Российский статистический ежегодник. 2003: Стат.сб./Госкомстат России. - М., 2003. - 705 с.

Росстат (2006) Система таблиц "Затраты - Выпуск"России за 2003 год: Стат. сб./ Росстат. - М., 2006. - 116 с.

Росстат (2008) Российский статистический ежегодник. 2008: Стат.сб./Росстат. - М., 2008. - 847 с.

Keynes J.M. (1936) The General Theory of Employment, Interest and Money by John Maynard Keynes, published by Macmillan Cambridge University Press, for Royal Economic Society.

Leontief W.W. (1936) Quantitative input and output relations in the economic system of the United States. Review of Economic Statistics 18: 105-125.

Leontief W.W. (1941) The Structure of the American Economy 1919–1939. Harvard University Press, Cambridge MA.

Leontief W.W. (1986) Input-Output Economics, 2nd Ed. Oxford University Press, New York, Oxford.

Minsky H. (2008) Stabilizing an unstable economy. McGraw-Hill (First edition published in 1986 by Yale University Press). Перевод: Мински, Х.

Стабилизируя нестабильную экономику / Хайман Мински;

пер. с англ. Ю. Каптуревского; под науч. ред. И. Розмаинского. - М.; СПб: Изд-во Института Гайдара, Факультет свободных искусств и наук СПбГУ, 2017. - 624 с. - (Новое экономическое мышление).

Pokrovski V.N. (1999) Physical Principles in the Theory of Economic Growth. Ashgate Publishing, Aldershot.

Sraffa P. (1975) Production of Commodities by Means of Commodities: Prelude to a Critique of Economic Theory. Cambridge University Press, Cambridge *etc.*

Wene C.-O. (1996) Energy-economy analysis: Linking the macroeconomic and systems engineering approaches. Energy 21: 809-824.