Глава 6

Производство стоимости

В этой главе рассматриваются соотношения между выпуском и первичными источниками стоимости, так называемыми производственными факторами. Увеличение выпуска связано с увеличением производственного оборудования (основного капитала), как это следует из соотношений затраты-выпуск, обсуждаемых в главе 4, и капитал традиционно рассматривают в качестве производственного фактора. С другой стороны, для производства выпуска необходима целенаправленная работа, выполняемая людьми и сторонними источниками энергии (глава 1). Таким образом, следует рассматривать три производственных фактора, причем, в то время как работа замещения и трудозатраты являются заместителями, капитал и технологическая работа являются дополнениями друг к другу. Роли производственных факторов различны: трудозатраты и замещающая работа являются истинными источниками стоимости. Основной капитал представляет оценку средств, посредством которых сторонние источники энергии замещают трудовые усилия людей.

6.1 Выпуск и производственные факторы

В рассматриваемом в этой главе, самом простом, одноотраслевом подходе, функционирование производственной системы описывается с помощью трёх переменных: основной капитал K, трудозатраты L и производительная энергия P. Результат деятельности системы обычно оценивается валовым внутренним продуктом Y, который представляет оценку стоимости продуктов, созданных производственной системой за год

$$\tilde{Y} = \sum_{i=1}^{n} \tilde{Y}_i.$$

Далее предполагаем, что для измерения выпуска выбран такой масштаб стоимости, что покупательная способность денежной единицы остаётся одинаковой во все времена. Этот выбор является стандартным для представления данных временны́ми рядами. В противном случае, появляется индекс цен ρ, обсуждаемый в разделе 2.2.3, и изменение производства стоимости в текущих денежных единицах следует записать как

$$d\tilde{Y} = \rho \,(dY)_\rho + \tilde{Y}\, d\ln\rho,$$

где $(dY)_\rho$ – производство стоимости, измеренное денежной единицей постоянной покупательной способности.

6.1.1 *Производственная функция*

Выпуск продукции Y (в денежном выражении) следует рассматривать как функцию перечисленных производственных факторов

$$Y = Y(K, L, P). \tag{6.1}$$

Чтобы конкретизировать эту общую форму[1] закона производства стоимости, следует принять во внимание два утверждения относительно аргументов функции. Во-первых, существует соотношение (5.20) между темпами роста производственных факторов, в силу чего, если считать технологические коэффициенты заданными, переменные K, L и P оказываются взаимозависимыми: только два из производственных факторов независимы.[2] Далее, технологическое описание предполагает, что работа замещения и трудозатраты рассматриваются как заместители друг друга, а количество производственного оборудования, универсально измеренное его стоимостью K, следует рассматривать как дополнение к технологической работе (L and P) производ-

[1]Заметим, что в более общем случае можно допустить, что производство стоимости Y является функцией аргументов, относящихся к предыдущим моментам времени, то есть считать, что производство стоимости является функцией траектории развития. Такая возможность была рассмотрена ранее (Pokrovski, 1999), хотя при анализе реальной ситуации не возникает необходимость использовать такое представление производственной функции.

[2]Можно видеть, что уравнение (6.8) представляет соотношение между факторами производства.

ственного оборудования.[3] Все это вынуждает нас записать соотношение между выпуском продукции и производственными факторами в форме двух альтернативных линий

$$Y = \begin{cases} Y(K) \\ Y(L,P) \end{cases}, \qquad dY - \Delta dt = \begin{cases} \xi(K)\, dK \\ \beta(L,P)\, dL + \gamma(L,P)\, dP \end{cases} \tag{6.2}$$

где Δdt является долей приращения производства стоимости, которая связана с изменением характеристик производственной системы (структурные и технологические изменения). Из записанных соотношений следует, что (при $\Delta = 0$) предельная производительность ξ соответствует произведенной стоимости, отнесённой к единице капитала при произвольных изменениях других факторов. При этом же предположении ($\Delta = 0$), β и γ соответствуют стоимости, произведенной единицей трудозатрат при постоянной замещающей работе или единицей замещающей работы при постоянных трудозатратах, соответственно. В соответствии с существующей практикой, величины ξ, β и γ могут быть названы предельными производительностями соответствующих факторов производства. Записанные соотношения (6.2) оказываются совместимыми с некоторыми различными подходами к теории производства стоимости (Odum, 1996; Valero, 1999) и являются выражением закона замещения.

Представляемая теория обладает главными признаками неоклассического подхода, то есть, содержит понятие стоимости, произведенной факторами производства (донорная стоимость) и понятие факторов производства непосредственно, и может рассматриваться как обобщение и расширение обычного неоклассического подхода. В обычной, неоклассической теории, капитал, как переменная, играет две различные

[3] Отношения взаимозависимости и замещения между капиталом K, трудозатратами L и первичной потребляемой энергией E были проанализированы рядом исследователей. Например, Berndt and Wood (1979) замечают на стр. 351, '... что взаимодополнение пары $E-K$ и взаимозамещение пары $E-L$ совместимы с недавним восстановлением американской экономики, характеризуемой высокой занятостью и низкими инвестициями' ('...that $E-K$ complementarity and $E-L$ substitutability are consistent with the recent high-employment, low-investment recovery path of the U.S. economy.'). Patterson (1998, p.382) нашел 'для Новой Зеландии (1960 - 85), что энергия и трудозатраты действовали как умеренные заместители друг к другу, а энергии и капитал были умеренными дополнителями друг к другу' ('for New Zealand (1960 – 85) that energy and labour inputs acted as mild substitutes to each other, and energy and capital inputs were mild complements to each other'). Исследователи имели дело с полным первичным потреблением энергоносителей E и не могли, конечно, обнаружить отношения точного замещения между трудом L и работой замещения P.

роли: основной капитал является мерой производственного оборудования и описывает услугу капитала как замещение труда. Мы считаем основной капитал средством привлечения трудовых и энергетических услуг к производству, в то время как человеческие усилия и работа внешних энергетических источников являются истинными источниками стоимости.[4] Человеческие усилия замещаются работой внешних источников энергии посредством различных сложных приспособлений. В отличие от традиционной неоклассической теории, совершенная замена труда и энергии не приводит ни к каким несоответствиям. Можно вообразить фабрику, работающую без энергии или без трудозатрат, но, конечно, нельзя вообразить фабрику без производственного оборудования.

Мы будем использовать формулы (6.2) в качестве начального пункта теории производства стоимости для того, чтобы найти соотношения между предельными производительностями капитала с одной стороны и технологической работы (труд и замещающая работа) с другой стороны (см. формулы 6.13). Заметим, что так же как капитал состоит из многих частей со своими собственными производительностями, трудозатраты и энергозатраты могут быть разделена на отдельные части по их качеству, так что уравнение (6.2) может быть обобщено. В этой главе, однако, мы будем использовать самый простой подход.

---

[4]Встречается утверждение, что, в этом случае, труд может быть сведён к энергии, и следует рассматривать энергию как единственный источник стоимости. Однако труд и энергия измерены в различных единицах, и нам нужно научиться вычислять реальную работу, произведённую производственным оборудованием. Но вначале лучше иметь дело с двумя отдельные аргументами. Здесь уместно сослаться на рассуждения Beaudreau (1998), который принимает во внимание работу производственного оборудования W и другого фактора, названного организацией, которую рассматривает как что-то отличное от работы. Если исключить для простоты обсуждение процесса преобразования потребляемых энергетических носителей в работу и эффективность процесса (это - главным образом техническая проблема, которая не универсальна), работа W идентична подлинной работе оборудования производства, которое обсуждается в этой монографии, и работе по организации и контролю, которая может соответствовать труду L и является также, очевидно, реальной работой, которая требует расхода энергии. Эти два фактора, соответственно, названы Beaudreau неодушевленной и одушевленной работой. Выпуск теперь можно рассматривать как функцию двух факторов, $Y = Y(W, L)$, но Beaudreau (1998) идентифицирует выпуск и первичную работу оборудования производства, включая эффективность в обсуждение. Однако, выпуск, измеренный как добавленная рыночная стоимость, очевидно, отличается от первичной работы и должен быть определен независимо.

6.1.2 *Принцип продуктивности*

Производственные факторы используются, чтобы создавать предметы потребления и услуги полезные для людей, и при прибавление количества любого производственного фактора следует ожидать увеличения выпуска продуктов. Таким образом, следует полагать, что все предельные производительности должны быть положительны – это утверждение известно как *принцип продуктивности.*

В своём анализе Маркс обнаружил, что труд является таким товаром, который приносит прибавочную стоимость В наших обозначениях утверждение Маркса может быть записано как

$$(\beta - w)\, dL > 0, \tag{6.3}$$

где w – цена труда (см. раздел 2.4.2). Чтобы объяснить производство прибавочной стоимости в современных индустриальных обществах, нужно принять во внимание также другой производственный фактор, замещающую работу P, и записать

$$(\beta - w)\, dL + (\gamma - p)\, dP > 0, \tag{6.4}$$

где p – цена использования работы замещения (см. раздел 2.5.3, уравнение 2.35). И первое и второе слагаемые в формуле (6.4), как ожидают, являются положительными. Это утверждение можно рассматривать как *сильный принцип продуктивности.*

6.2 Предельные производительности и технологические коэффициенты

Предельные производительности ξ, β и γ оказываются связанными друг с другом и с технологическими коэффициентами (Pokrovskii, 2003). Для того, чтобы установить искомые соотношения, мы обращаемся к дифференциальным выражениям (6.2) для производства стоимости, которые могут быть переписаны в форме

$$\frac{dY}{dt} - \mathit{\Delta} = \begin{cases} \xi\, \dfrac{dK}{dt}, \\ \beta\, \dfrac{dL}{dt} + \gamma\, \dfrac{dP}{dt}. \end{cases} \tag{6.5}$$

Скорости роста производственных факторов могут быть записаны на основе уравнений (5.6) и (5.13) в виде

$$\frac{dK}{dt} = \left(\frac{I}{K} - \mu\right) K,\ \frac{dL}{dt} = \left(\overline{\lambda}\,\frac{I}{K} - \nu' - \mu\right) L,\ \frac{dP}{dt} = \left(\overline{\varepsilon}\,\frac{I}{K} - \eta' - \mu\right) P, \tag{6.6}$$

где $\overline{\lambda} = \lambda K/L$ и $\overline{\varepsilon} = \varepsilon K/P$ – безразмерные технологические коэффициенты, характеризующие качество введенных производственных фондов. Как технологические коэффициенты λ, ε, так и безразмерные технологические переменные $\overline{\lambda}$, $\overline{\varepsilon}$ являются функциями времени.

Мы комбинируем уравнения (6.5) и (6.6), предполагая для начала, что величинами ν' и η' в уравнениях (6.6) можно пренебречь, и переписываем скорость изменения производства стоимости в форме

$$\frac{dY}{dt} - \varDelta = \begin{cases} \xi\,\left(\dfrac{I}{K} - \mu\right) K, \\ (\beta\,\overline{\lambda}L + \gamma\,\overline{\varepsilon}\,P)\,\dfrac{I}{K} - \mu\,(\beta L + \gamma P) \end{cases} \tag{6.7}$$

Сравнивая правые стороны уравнений (6.7) и учитывая, что инвестиции I являются независимой переменной, принимающей произвольные значения, находим соотношения между характерными величинами системы

$$\begin{aligned} \overline{\lambda}\,\beta L + \overline{\varepsilon}\,\gamma P &= \xi\,K, \\ \beta L + \gamma P &= \xi\,K. \end{aligned}$$

Рассматривая записанные соотношения как систему уравнений для предельных производительностей β и γ, находим

$$\xi = \beta\,\frac{L}{K} + \gamma\,\frac{P}{K}, \tag{6.8}$$

$$\beta = \xi\,\frac{\overline{\varepsilon} - 1}{\overline{\varepsilon} - \overline{\lambda}}\,\frac{K}{L}, \quad \gamma = \xi\,\frac{1 - \overline{\lambda}}{\overline{\varepsilon} - \overline{\lambda}}\,\frac{K}{P}. \tag{6.9}$$

Можно видеть, что предельные производительности оказываются положительными при выполнении условий

$$\overline{\lambda} < 1 < \overline{\varepsilon} \quad \text{или} \quad \overline{\lambda} > 1 > \overline{\varepsilon}. \tag{6.10}$$

Кроме того, технологические коэффициенты должны быть неотрицательны, из чего следует, что значения технологических коэффициентов ограничены, поскольку при больших значениях одна из предельных производительностей может быть отрицательной. Но они не могут одновременно принимать отрицательные значения.

Можно рассматривать неравенства (6.10), которые уже обсуждались в разделе 5.2.1, как формулировку принципа продуктивности.

В общем случае, когда принимается во внимание изменение технологии в течение времени эксплуатации, то есть $\nu' \neq 0$, $\eta' \neq 0$, соотношения между предельными производительностями ринимают более сложный, по сравнению с (6.8) и (6.9), вид

$$\xi = \beta\left(1+\frac{\nu'}{\mu}\right)\frac{L}{K} + \gamma\left(1+\frac{\eta'}{\mu}\right)\frac{P}{K},$$

$$\beta = \xi\,\frac{\overline{\varepsilon} - \left(1+\frac{\eta'}{\mu}\right)}{\overline{\varepsilon}\left(1+\frac{\nu'}{\mu}\right) - \overline{\lambda}\left(1+\frac{\eta'}{\mu}\right)}\,\frac{K}{L}, \quad \gamma = \xi\,\frac{\left(1+\frac{\nu'}{\mu}\right) - \overline{\lambda}}{\overline{\varepsilon}\left(1+\frac{\nu'}{\mu}\right) - \overline{\lambda}\left(1+\frac{\eta'}{\mu}\right)}\,\frac{K}{P}.$$

6.3 Аппроксимация предельных поизводительностей

Производственная функция, по предположению, удовлетворяет некоторым требованиям, одним из которых является принцип *продуктивности*, рассмотренный в разделе 6.1.2. Затем, в силу требований соответствия размерностей, аргументами производственной функции должны быть относительные величины, так что производственная функция должна быть записана в виде

$$Y = Y_0\, f\left(\frac{L}{L_0}, \frac{P}{P_0}\right),$$

где L_0 и P_0 - значения трудозатрат и замещающей работы в некотором базисном году. Далее мы рассмотрим ограничения, налагаемые на производственную функцию требованиями *однородности* и *универсальности*.

6.3.1 *Принцип универсальности*

Это требование означает, что предложенная производственная функция могла бы быть использована не только для исследуемого случая, но и для многих различных ситуаций. Например, базисный год может быть выбран произвольным образом, но форма производственной функции не должна зависеть от этой произвольности. Если выбраны, например, две базисных точки, 0 и 1, то должны быть справедливыми два представления функции производства стоимости

$$
\begin{aligned}
Y &= Y_0\, f\left(\frac{L}{L_0}, \frac{P}{P_0}\right), \\
Y &= Y_1\, f\left(\frac{L}{L_1}, \frac{P}{P_1}\right), \quad Y_1 = Y_0\, f\left(\frac{L_1}{L_0}, \frac{P_1}{P_0}\right).
\end{aligned}
$$

Последняя строка может быть переписана как

$$Y = Y_0\, f\left(\frac{L_1}{L_0}, \frac{P_1}{P_0}\right)\, f\left(\frac{L}{L_1}, \frac{P}{P_1}\right),$$

так что для того, чтобы описание было универсальным, то есть, независимым от выбора произвольной начальной точки (чтобы быть последовательным), производственная функция должна удовлетворить следующему соотношению

$$Y_0\, f\left(\frac{L}{L_0}, \frac{P}{P_0}\right) = Y_0\, f\left(\frac{L_1}{L_0}, \frac{P_1}{P_0}\right)\, f\left(\frac{L}{L_1}, \frac{P}{P_1}\right).$$

Форма функции $f(\cdot)$ должна быть выбрана таким образом, чтобы значения $L_1,\ P_1$ в правой стороне последней формулы исчезали. Это требование налагает некоторые ограничения на форму производственной функции. Можно видеть, что производственная функция вида

$$Y = Y_0 \left(\frac{L}{L_0}\right)^{\alpha} \left(\frac{P}{P_0}\right)^{\beta} \tag{6.11}$$

удовлетворяет сформулированному выше требованию. Параметры α и β не зависят от начальной точки и могут рассматриваться как характеристики производственной системы.

Принцип универсальности существенно ограничивает выбор формы производственной функции и может служить критерием применимости: предлагаемые функции следует проверять на согласованность с основными требованиями прежде, чем их использовать.

6.3.2 *Принцип однородности*

Можно ожидать, что выпуск большой производственной системы пропорционален масштабу производства. Это означает, что функция производства должна быть однородной функцией первого порядка, то есть обладать свойством

$$Y(\lambda L, \lambda P) = \lambda Y(L, P).$$

При этом условии, производственная функция (6.11) записывается как

$$Y = Y_0 \frac{L}{L_0} \left(\frac{L_0}{L} \frac{P}{P_0} \right)^{\alpha}. \tag{6.12}$$

Постоянное значение Y_0 определено начальными условиями, так что единственным параметром в выражении (6.12), не говоря о начальных значениях переменных, является величина $\alpha = \gamma_0 = 1 - \beta_0$. Эту величина, которая, как показано ниже, совпадает с технологическим индексом, введенным в главе 5, является характеристикой производственной системы, Принцип продуктивности ограничивает значения технологического индекса, $0 < \alpha < 1$.

Конечно, можно полагать, что индекс α является функцией времени, также как и другие характеристики производственной системы. Однако, заметим, что мы не можем удовлетворить требованию универсальности, если попытаемся представить индекс α как функцию производственных факторов, например, в виде разложения в ряды по степеням величин $\ln \frac{L}{L_0}$, $\ln \frac{P}{P_0}$:

$$\alpha = \alpha_0 + a \ln \frac{L}{L_0} + b \ln \frac{P}{P_0}$$

где параметры a, b следовало бы считать характеристиками производственной системы, но они не являются ими.[5]

6.3.3 *Предельные производительности*

Функция (6.12) имеет точную форму неоклассической производственной функции Кобба-Дугласа (Cobb-Douglas, 1928), в которой за-

---

[5]В общем виде первые члены разложения определяют функцию

$$Y = Y_0 \left(\frac{L}{L_0} \right)^{\beta_0} \left(\frac{P}{P_0} \right)^{\gamma_0} \exp \frac{1}{2} \left(\beta_l \ln^2 \frac{L}{L_0} + (\beta_e + \gamma_l) \ln \frac{L}{L_0} \ln \frac{P}{P_0} + \gamma_e \ln^2 \frac{P}{P_0} \right),$$

которая при требовании однородности принимает следующую форму

$$Y = Y_0 \frac{L}{L_0} \left(\frac{L_0}{L} \frac{P}{P_0} \right)^{\alpha} \exp \left(\frac{1}{2} b \ln^2 \left(\frac{L_0}{L} \frac{P}{P_0} \right) \right), \quad b = -\beta_l = \beta_e = \gamma_l = -\gamma_e.$$

мещающая работа P стоит вместо капитала K. Эта функция генерирует следующие выражения для предельных производительностей и вклада от структурного изменения системы

$$\beta = Y_0 \, \frac{1-\alpha}{L_0} \left(\frac{L_0}{L} \frac{P}{P_0} \right)^{\alpha}, \quad \gamma = Y_0 \, \frac{\alpha}{P_0} \left(\frac{L_0}{L} \frac{P}{P_0} \right)^{\alpha - 1}, \tag{6.13}$$

$$\varDelta = Y \ln \left(\frac{L_0}{L} \frac{P}{P_0} \right) \frac{d\alpha}{dt} \tag{6.14}$$

где L_0 и P_0 - значения трудозатрат и замещающей работы в базисном году.

Сравнив выражения (6.9) и (6.13) для предельных производительностей, получаем

$$\xi = Y_0 \, \frac{L}{L_0 K} \left(\frac{L_0}{L} \frac{P}{P_0} \right)^{\alpha}, \qquad \alpha = \frac{1 - \overline{\lambda}}{\overline{\varepsilon} - \overline{\lambda}} \tag{6.15}$$

Таким образом, индекс α в уравнении (6.12), действительно, является той же самой величиной, которая была введена уравнением (5.20). Вся доступная информация о технологической работе может быть использована при оценке этой величины. Кроме того, условие оптимального использования производственных факторов позволяет нам установить отношение между параметром α с одной стороны и затратами на поддержание факторов производства с другой. Это обеспечивает различные средства оценки технологического индекса.

Условие продуктивности $0 < \alpha < 1$ обеспечивает то, что предельные производительности являются возрастающими функциями отношения замещающая работа/трудозатраты

$$\frac{d\beta}{d(P/L)} > 0, \quad \frac{d\gamma}{d(P/L)} > 0.$$

6.4 Фундаментальная динамика производственной системы

6.4.1 *Эволюционная система уравнений*

Полученные выше результаты позволяют конкретизировать выражение (6.2) для производства стоимости и записать выпуск Y как функцию факторов производства K, L и P

$$Y = \begin{cases} \xi K \\ Y_0 \, \dfrac{L}{L_0} \left(\dfrac{L_0}{L} \dfrac{P}{P_0} \right)^{\alpha} \end{cases} . \tag{6.16}$$

Внутренние свойства производственной системы как таковой определены величинами α и ξ, которые изменяются в процессе эволюции системы. Напомним, что первая линия является отражением теории Харрода-Домара, а вторая линия представляет известную производственную функцию Кобба-Дугласа, в которой замещающая работа P стоит вместо основного капитала K.

Производственные факторы подчиняются системе уравнений (5.36), которая воспроизведена ниже

$$\frac{dK}{dt} = I - \mu K, \quad \frac{dL}{dt} = \left(\overline{\lambda} \, \frac{I}{K} - \mu \right) L, \quad \frac{dP}{dt} = \left(\overline{\varepsilon} \, \frac{I}{K} - \mu \right) P,$$

$$\frac{I}{K} = \min \left\{ (\tilde{\delta} + \mu), \;\; (\tilde{\nu} + \mu) \frac{1}{\overline{\lambda}}, \;\; (\tilde{\eta} + \mu) \frac{1}{\overline{\varepsilon}} \right\},$$

$$\frac{d\overline{\lambda}}{dt} = -\frac{1}{\tau} \left(\overline{\lambda} - \frac{\tilde{\nu} + \mu}{\tilde{\delta} + \mu} \right), \quad \frac{d\overline{\varepsilon}}{dt} = -\frac{1}{\tau} \left(\overline{\varepsilon} - \frac{\tilde{\eta} + \mu}{\tilde{\delta} + \mu} \right), \quad \alpha = \frac{1 - \overline{\lambda}}{\overline{\varepsilon} - \overline{\lambda}} \tag{6.17}$$

Заметим, что под инвестициями I здесь следует понимать как инвестиции в производственные фонды, так и в долгосрочные проекты. Подчеркнём, что величины α в уравнениях (5.36) и (6.16) - идентичные. Используемые обозначения введены и пояснены в главе 5.

Соотношения (6.16) и (6.17) представляют замкнутую систему уравнений для выпуска Y, производственных факторов K, L, P и переменных, характеризующих технологические возможности производственной системы $\overline{\lambda}$, $\overline{\varepsilon}$, α. Движущейся силой эволюции является доступность производственных факторов, определяемой темпами потенциального роста соответствующих производственных факторов $\tilde{\delta}$, $\tilde{\nu}$, $\tilde{\eta}$. При заданных темпах потенциального роста производственных факторов временные зависимости производственных факторов и технологического индекса могут быть найдены при решении системы уравнений (6.17), после чего выпуск может быть легко найден по одному из соотношений (6.16). Дополнительно должны быть заданы коэффициент выбытия μ и время выравнивания технологических нововведений τ.

При оценке темпов потенциального роста производственных факторов в системе (6.17) могут возникнуть трудности. Темп возможного роста трудозатрат можно найти как темп роста рабочей силы, потенциальный темп роста инвестиций может быть оценен при более детальном рассмотрении производственной системы (см. раздел 4.3.3), однако методы непосредственного вычисления и прогнозирования потенциального темп, а роста замещающей работы не разработаны настолько, чтобы предложить их для использования в приложениях (см. раздел 2.5.5). В силу этого возможности приложения системы (6.16) и (6.17) для прогнозирования выпуска оказываются ограниченными.

Обратим внимание, что при формулировке эволюционных уравнений (6.16) и (6.17) мы не учитывали влияние денежного обращения: в замкнутой и правильно организованной системе деньги играют роль скромного необходимого посредника при обмене продуктами и услугами. При этом вклад банковской системы в выпуск не велик, и система уравнений (6.16) и (6.17) представляет разумное приближение для этого случая. Но бывают случаи, когда банки претендуют на бóльшее и предпринимают усилия для увеличения своего дохода; естественным следствием несдерживаемого аппетита банкиров является уменьшение инвестиций в производство и угнетение развития. Влияния денежного обращения на развитие, как говорят, реального производства изучалось многими исследователями (Keynes, 1936; Minsky, 2008).

Включение денежного обращения в теорию производства приводит к модифицированию выражения (6.16); результаты третьей главы и, в частности, формулы (3.22) определяют обобщенное выражение для выпуска

$$Y = Y_{\mathrm{real}} + \kappa(D + M_0) + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(D_{\mathrm{B+G}} - B_{\mathrm{B+G}}),$$

где Y_{real} представляет выпуск 'реального' производсва, определяемый формулой (6.16); второе слагаемое представляет стоимость обращения доступных денег $\kappa(D + M_0)$; последнее слагаемое представляет изменение разности между депозитами и долгами производственных предприятий коммерческим и центральному банкам.

В набор переменных для описания проблемы развития производства включаются теперь 'денежные' переменные, такие как величина бумажных и кредитных денег в обращении $D + M_0$, банковский процент (определяющий стоимость денег) и прочие характеристики финансовой системы, которые определены уравнениями, обсуждаемые в третьей главе. Уравнения (6.17) для производственных факторов остаются неизменными, однако потенциальный темп роста производственного оборудования (капитала) $\tilde{\delta}$ может быть ограничен из-за недостатка денег. Простые модели поведения системы в такой ситуации были сформулированы и изучены (Keen, 2013).

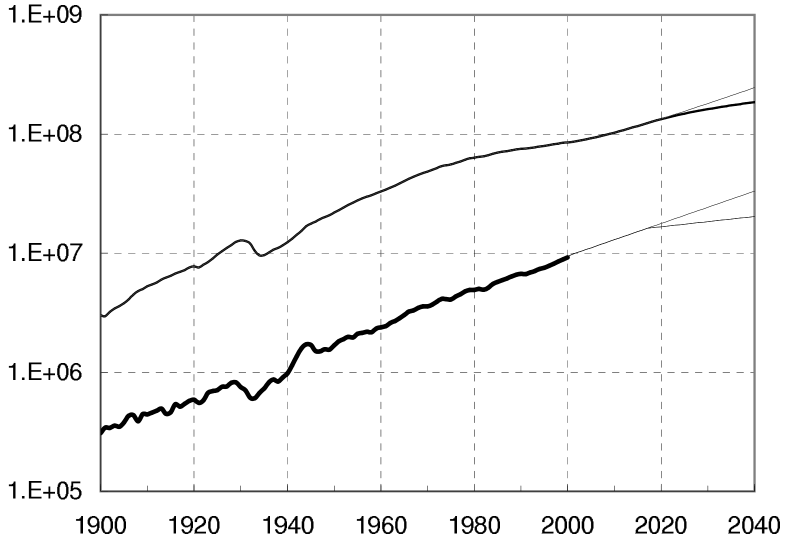

Рисунок 6.1 ВВП и национальное богатство США
Эмпирические (сплошные линии, более короткая линия для ВВП) и расчетные стоимости суммарного национального богатства W и ВВП в миллионах долларов 1996 года. Показаны два сценария развития, причём более низкая линия после 2010 года соответствует уменьшающемуся потреблению энергии.

6.4.2 *Пример вычисления траектории развития*

Чтобы проиллюстрировать процедуру определения сценария развития и отклонений, возникающих вследствие сделанных приближений, были использованы данные по экономике США за 1900-2000 годы (Pokrovski, 2003). Результаты вычислений траектории факторов производства для этого случая приведены в Секции 5.4.2; траектории показаны на рис. 5.1. При этом темпы потенциального роста производственных факторов, коэффициент выбытия $\mu(t)$ и время выравнивания технологических нововведений τ были заданы так, как они могли быть оценены по эмпирическим данным. Для вычисления выпуска Y по соотношениям (6.16) дополнительно использованы эмпирические значения производительности основного капитала $\xi(t)$. Точечная линия на рис. 6.1 показывает вычисленную временную зависимость выпуска по сравнению с эмпирическими значениями ВВП, изображенными сплошной линией. Можно видеть, что вычисленная траектория естественно аппроксимирует действительную зависимость ВВП до 2000 года во всех деталях.

Можно предположить, что непрерывное развитие будет продолжено после 2000 года, и вообразить любую программу будущего развития технологии после 2000 года в терминах четырех величин: ξ, μ, ν и $\overline{\lambda}$. Найденные продолжение зависимостей производственных факторов K, L, P и выпуска Y представлены на рис. 5.1 и рис. 6.1. Для иллюстрации представлены результаты для двух сценариев развития американской экономики; в обоих случаях, темп роста трудозатрат ν совпадает с темпом прироста населения, а именно, $\nu = 0.01$ для США. Первый сценарий соответствует значениям μ и $\overline{\lambda}$, который они имели в 2000 году, то есть $\mu = 0.68$ и $\overline{\lambda} = 0.78$ в течение всех лет. Второй показывает эффект уменьшения темпа использования замещающей работы в экономике: значение $\overline{\lambda}$ увеличивается до единицы в 2010 году. Можно видеть уменьшение темпа роста выпуска в случае, когда темп роста замещающей работы уменьшается. Конечно, эти результаты следует рассматривать как иллюстрация метода прогноза, а не прогноз сам по себе. Необходимо иметь представление о будущей доступности трудозатрат и замещающей работы, чтобы делать реальное предсказание.

6.4.3 *Динамика общественного богатства*

В соответствии с определениями главы 2, общественное богатство W состоит из производственного капитала K (в широком смысле) и запаса нематериального богатства R

$$W = K + R.$$

Отдельные части общественного богатства, в соответствии с уравнениями (2.27) и (2.28) оцениваются как

$$\frac{dK}{dt} = I - \mu K, \quad \frac{dR}{dt} = Y - I - C - \mu R,$$

где I - инвестиции в производственный капитал. Текущее потребление C может быть вычислено, согласно уравнению (6.34), как стоимость трудозатрат

$$C = cL = \frac{1-\alpha}{\alpha}\,\mu K.$$

Мы предполагаем, что коэффициент выбытия имеет одно и то же значение, как для материальной, так и для нематериальной составляющих, и, в силу записанных выше соотношений, находим уравнение для оценки стоимости общественного богатства

$$\frac{dW}{dt} = Y - C - \mu W. \tag{6.18}$$

Результаты вычислений общественного богатства W для США вместе с валовым национальным продуктом Y для двух описанных выше сценариев показаны на рис. 6.1.

6.5 Редуцированная динамика производственной системы

Трудности при определении темпов потенциального роста, необходимых для формулировки задачи об эволюции производственной системы при использовании уравнений (6.16) и (6.17), вынуждают нас искать иное описание, более приемлемой для приложений. Такое описание будет рассмотрена далее, однако, уравнения (6.16) и (6.17) остаются фундаментальной системой уравнений развития.

6.5.1 *Декомпозиция темпа роста выпуска*

Темп роста выпуска в терминах рассматриваемой теории может быть записан в форме двух альтернативных выражений

$$\frac{1}{Y}\frac{dY}{dt} = \begin{cases} \dfrac{1}{K}\;\dfrac{dK}{dt} + \dfrac{1}{\xi}\dfrac{d\xi}{dt}, \\[2ex] (1-\alpha)\dfrac{1}{L}\dfrac{dL}{dt} + \alpha\dfrac{1}{P}\dfrac{dP}{dt} + \ln\left(\dfrac{L_0}{L}\dfrac{P}{P_0}\right)\dfrac{d\alpha}{dt} \end{cases} \tag{6.19}$$

Первые слагаемые в первой и второй строках представляют вклад в темп роста выпуска темпов роста производственных факторов: капитала, трудозатрат и замещающей работы, последние – вклад из-за изменения производственной системы непосредственно. Характеристики производства ξ и α связаны с технологическими и структурными перестройками производственной системы; эти величины не могут быть сведены ни к какой функции факторов производства.

Заметим, что изменение характеристик производства ξ и α связаны друг с другом. Чтобы найти формулу для изменения предельной производительности капитала, мы дифференцируем соотношение (6.15)

$$\frac{1}{\xi}\frac{d\xi}{dt} = -\frac{1}{K}\frac{dK}{dt} + (1-\alpha)\frac{1}{L}\frac{dL}{dt} + \alpha\frac{1}{P}\frac{dP}{dt} + \ln\left(\frac{L_0}{L}\frac{P}{P_0}\right)\frac{d\alpha}{dt}.$$

Динамические уравнения (6.6) для факторов производства (при $\nu' = 0$ и $\eta' = 0$) позволяют свести записанное выше соотношение к простой форме

$$\frac{1}{\xi}\frac{d\xi}{dt} = \ln\left(\frac{L_0}{L}\frac{P}{P_0}\right)\frac{d\alpha}{dt}, \tag{6.20}$$

которая, наряду с уравнением (6.14), позволяет записать

$$\varDelta = Y\frac{1}{\xi}\frac{d\xi}{dt}. \tag{6.21}$$

Возвращаясь теперь к выражению для темпа роста выпуска (6.17) и используя уравнения (5.26) для темпов роста производственных факторов в трех возможных случаях, записываем

$$\frac{1}{Y}\frac{dY}{dt} = \frac{1}{\xi}\frac{d\xi}{dt} + \begin{cases} \delta, & \dfrac{d\overline{\lambda}}{dt} > 0, \quad \dfrac{d\overline{\varepsilon}}{dt} > 0, \\ (\nu+\mu)\dfrac{1}{\overline{\lambda}} - \mu, & \dfrac{d\overline{\lambda}}{dt} < 0, \quad \dfrac{d\overline{\varepsilon}}{dt} > 0, \\ (\eta+\mu)\dfrac{1}{\overline{\varepsilon}} - \mu, & \dfrac{d\overline{\lambda}}{dt} > 0, \quad \dfrac{d\overline{\varepsilon}}{dt} < 0 \end{cases} \tag{6.22}$$

Предполагается, что характеристики оборудования не меняются после его установления, то есть, $\nu' = 0$ и $\eta' = 0$, иначе выражение для темпа роста выпуска приобретает более сложный вид.

Темп роста выпуска выражается тремя различными соотношениями для трёх мод развития. Первая строка уравнений (6.22) приложима к случаю дефицита инвестиций и изобилию труда, энергии и сырья. Вторая строка действительна в случае дефицита труда, изобилия инвестиций, энергии и сырья. Последняя строка уравнений приложима к случаю дефицита энергии, изобилия инвестиции, труда и сырья.

Можно заметить, что первая строка выражения 6.22) с помощью соотношений (5.18) приобретает форму второй строки. Далее, можно использовать уравнения (5.20) и выразить энерготребование и темп роста замещающей работы через технологический индекс

$$\overline{\varepsilon} = \frac{1-(1-\alpha)\overline{\lambda}}{\alpha}, \quad \eta = \frac{\delta-(1-\alpha)\nu}{\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1.$$

Эти соотношения позволяют продемонстрировать тождественность второй и третьей строки в соотношениях (6.22). Таким образом, соотношения (6.22) сводятся к универсальному выражению для темпа роста выпуска

$$\frac{1}{Y}\frac{dY}{dt} = \frac{\nu + (1-\overline{\lambda})\mu}{\overline{\lambda}} + \frac{1}{\xi}\frac{d\xi}{dt} \tag{6.23}$$

При этом возможны три моды развития.

Соотношение (6.23) демонстрирует, что темп роста производства стоимости разбивается на два слагаемых и универсально определяется четырьмя величинами:

- Производительность основного капитала ξ является фундаментальной величиной, связанной с фундаментальными технологическими матрицами, если мы обращаемся к многоотраслевому подходу (см. уравнение 9.22). Технологические и структурные изменения могут быть введены через эту величину.

- Безразмерный технологический коэффициент $\overline{\lambda}$. Если величина $\overline{\lambda} < 1$, потребление (для единицы основного капитала) труда уменьшается, а потребление производительной энергии (работа производственного оборудования) увеличивается. Ситуация противоположна, если количество $\overline{\lambda} > 1$.

- Коэффициент обесценивания μ. Эта величина не влияет на темп роста выпуска, если $\overline{\lambda} = 1$.

- Темп роста труда ν. Темп роста выпуска совпадает с этой величиной, если $\overline{\lambda} = 1$.

Все перечисленные величины являются характеристиками метода производства, то есть, характеристиками технологии.

6.5.2 *Уравнения программированного развития*

Теперь мы можем сформулировать систему уравнений динамики производственной системы в ином виде, основанном непосредственно на выражении для темпа роста выпуска (6.23). При этом нам необходимо знать временные зависимости четырёх величин: производительности основного капитала $\xi(t)$, темпа роста трудозатрат $\nu(t)$, коэффициента выбытия $\mu(t)$ и безразмерного технологического коэффициента $\overline{\lambda}(t)$. В этом случае, нет никакой необходимости знать временную зависимость производственных факторов, но траектории производственных факторов также могут быть вычислены, как следует из простой схемы, сформулированной ниже.

В силу установленных ранее соотношений, система уравнений может быть написана в форме

$$
\begin{aligned}
Y &= \xi K, \quad \xi = \xi(t), \\
\frac{dK}{dt} &= \delta K, \quad \delta = \frac{\nu + (1-\overline{\lambda})\mu}{\overline{\lambda}}, \quad \mu = \mu(t), \quad \overline{\lambda} = \overline{\lambda}(t), \\
\frac{dL}{dt} &= \nu L, \quad \nu = \nu(t), \\
\frac{dP}{dt} &= \eta P, \quad \eta = \frac{\delta - (1-\alpha)\nu}{\alpha}, \quad \alpha = \frac{\ln\left(\dfrac{Y}{Y_0}\,\dfrac{L_0}{L}\right)}{\ln\left(\dfrac{L_0}{L}\,\dfrac{P}{P_0}\right)}
\end{aligned}
\tag{6.24}
$$

Три верхние строки системы определяют временную зависимость переменных Y, K и L, если четыре величины: ξ, μ, ν и $\overline{\lambda}$ заданы как функции времени. Последняя строка позволяют вычислять переменные P и α (см. также раздел 7.1.2). Начальные значения всех пяти переменных следует задать, причём начальное значение основного капитала должно соответствовать начальным значениям выпуска. Предельная производительность капитала $K_0 = Y_0/\xi(0)$, начальные значения трудозатрат L_0 и производительной энергии P_0 могут быть выбраны произвольно.

При заданных начальных значениях переменных система (6.24) позволяет нарисовать картину развития производственной системы, при заданной программе будущего развития в терминах четырех величин ξ, μ, ν и $\overline{\lambda}$, на которые накладываются некоторые ограничения. При перечисленных технологических характеристиках система (6.24) определяет валовые инвестиции

$$I = \frac{\nu + \mu}{\overline{\lambda}}\, K,$$

необходимые в процессе развития. Инвестиции являются частью выпуска $Y = \xi K$, так что должно выполняться соотношение $(\nu+\mu)/\overline{\lambda} < \xi$; остальная часть выпуска $Y - I$ предоставляется в распоряжение общества. Следует также следить за тем, чтобы вычисленные значения производственных факторов K и P, не превышали возможные значения, что также приводит к некоторым ограничениям на программу развития. Заметим, что не возникает никакой необходимости в процедурах подгонки, но, чтобы установить начальные значения и представить программу развития, следует знать кое-что об исследуемой системе.

Система уравнений (6.24) будет использована для описания динмики развития России в восьмой главе.

6.5.3 *Пульсирующий характер развития производства*

Многочисленные эмпирические данные демонстрирует пульсирующий характер развития производства. На примере хорошо документированной динамики экономики США можно видеть (см. рис. 2.2 во второй главе), что период пульсаций темпа роста валового внутреннего продукта составляет около четырёх лет. Рассматриваемая теория производства позволяет естественным образом описать циклический характер развития производства. В простом приближении, когда характеристики оборудования не меняются после его установления, темп роста валового внутреннего продукта в соответствии с соотношениями (6.23) записывается как

$$\frac{1}{Y}\frac{dY}{dt} = \frac{\nu + (1-\overline{\lambda})\mu}{\overline{\lambda}} + \frac{1}{\xi}\frac{d\xi}{dt},$$

Темп роста выпуска связан с четырьмя величинами, каждая из которых пульсирует, однако анализ показывает (Pokrovskii, 2011), что пульсации темпа роста выпуска связаны в основном с пульсациями трудотребования $\overline{\lambda}$, изображенной на графике рис. 5.2.

Как демонстрирует записанное соотношение, если $\overline{\lambda} = 1$, что означает отсутствие изменений в технологии, производительность труда постоянна, и все приращение продукта связано только с увеличением численности работающих. Условие, что трудотребование меньше единицы, показывает, что усилия работающих частично замещаются работой машин, движимых сторонними источниками энергии, в результате чего производительность труда увеличивается. В этой фазе производство функционирует при дефиците рабочей силы. Рост производительности труда сопровождается ростом безработицы, в результате чего в какой-то момент времени процесс замещения приостанавливается и происходит смена типа функционирования производства. Теперь наблюдается дефицит использования энергии, способствующий привлечению рабочей силы. Через некоторое время процесс замещения трудовых усилий работой машин возобновляется: начинается новый цикл. Период цикла в этом случае связан с механизмом распространения используемых технологий.

Приближение народного хозяйства как единой отрасли позволяет описать динамику коротких циклов с точки зрения функционирования производства. В реальности народное хозяйство состоит из многих отраслей, и каждая отрасль характеризуется своими технологическими коэффициентами со своими временами распространения, так что оказываются возможными множество мод развития, что приводит к возникновению циклов различной продолжительности, обнаруженных, например, при рассмотрения функционирования мирового хозяйства (Korotayev, Tsirel, 2010). Особый интерес вызывают очень длинные циклы – циклы Кондратьева продолжительностью 40-60 лет (Гринин, 2013), природа которых не до конца понята. Возможно, падения и подъёмы производства можно связать с колебаниями общественного настроения между двумя способами хозяйствования, которые описаны Щербаковым (2013) как производящий и присваивающий (см. таблицу 7 цитируемой работы). При *производящей* системе хозяйствования место и роль человека в обществе оценивается по его трудовому вкладу (как физическому, так и интеллектуальному) в общественное производство. При *присваивающей* - человек ценится по его богатству; наиболее почётное занятие "делать деньги" , работать "стыдно". Для того, чтобы построить математическую модель явления и проанализировать проблему, нужно рассмотреть совместно динамику производства и денежного обращения.

6.6 Экспоненциальный рост

Для вычисления выпуска мы обращаемся к одному из соотношений (6.16), в которых эволюция производственных факторов K, L и P определяется системой уравнений (6.17), использовать которую для вычислений можно только при заданых темпах потенциального роста производственных факторов. Поэтому, прежде всего, мы обращаемся к случаям, когда производственные факторы считаются известными. Простейшим является случай экспоненциального роста.

6.6.1 *Эмпирические факты*

Эмпирические значения валового внутреннего продукта Y и производственных факторов K и L для американской экономики для 1900 - 2000 годов известны (см. приложение B) и изображены на графиках во второй главе (рис. 2.1, рис. 2.3, рис. 2.7 и рис. 2.8). На этих графиках можно видеть, что для относительно спокойного периода 1950 - 2000 годов временные зависимости величин могут быть аппроксимированы прямыми линиями, так что для этих лет рост величин может быть описан показательными функциями (см. формулы 2.14, 2.28, 2.30 и 2.37) с темпами роста (в единицах *год*$^{-1}$)

$$\frac{1}{Y}\frac{dY}{dt} = 0.0326, \quad \frac{1}{K}\frac{dK}{dt} = 0.0316, \quad \frac{1}{L}\frac{dL}{dt} = 0.0147, \quad \frac{1}{P}\frac{dP}{dt} = 0.0585. \tag{6.25}$$

Фундаментальным эмпирическим фактом является то, что усредненный темп роста выпуска 0.0326 приблизительно равен темпу роста основного капитала $\delta = 0.0316$, что отмечали многие исследователи (Scott, 1989; Blanchard and Fisher, 1989).

Показательные законы известны как 'стилизованные' факты экономического роста и часто используются при анализе. Возникает некоторый интерес рассмотреть соотношения между выпуском и производственными факторами для 'стилизованных' ситуаций.

6.6.2 *Асимптотическое решение*

Легко видеть, что система (6.17) описывает рассматриваемый случай экспоненциального роста при условии, что все темпы потенциального роста заданы как постоянные:

$$\delta = \tilde{\delta}, \quad \nu = \tilde{\nu}, \quad \eta = \tilde{\eta},$$

При этом система уравнений (6.17) определяет простое асимптотическое решение

$$K = K_0 e^{\delta t}, \quad L = L_0 e^{\nu t}, \quad P = P_0 e^{\eta t}, \tag{6.26}$$

$$\frac{I}{K} = \delta + \mu, \quad \overline{\lambda} = \frac{\nu + \mu}{\delta + \mu}, \quad \overline{\varepsilon} = \frac{\eta + \mu}{\delta + \mu}, \quad \alpha = \frac{\delta - \nu}{\eta - \nu}. \tag{6.27}$$

Это решение соответствует 'стилизованным' фактам экономического роста, описываемого показательными функциями.

Соотношения (6.16) определяют при этом, что для траектории производственных факторов в форме (6.26), выпуск записывается в следующей форме

$$Y = Y_0 e^{[\nu + \alpha(\eta - \nu)]t} = Y_0 e^{\delta\, t}. \tag{6.28}$$

Темп роста выпуска равен темпу роста основного капитала и связан с темпами роста трудозатрат и замещающей работы. Наблюдаемое

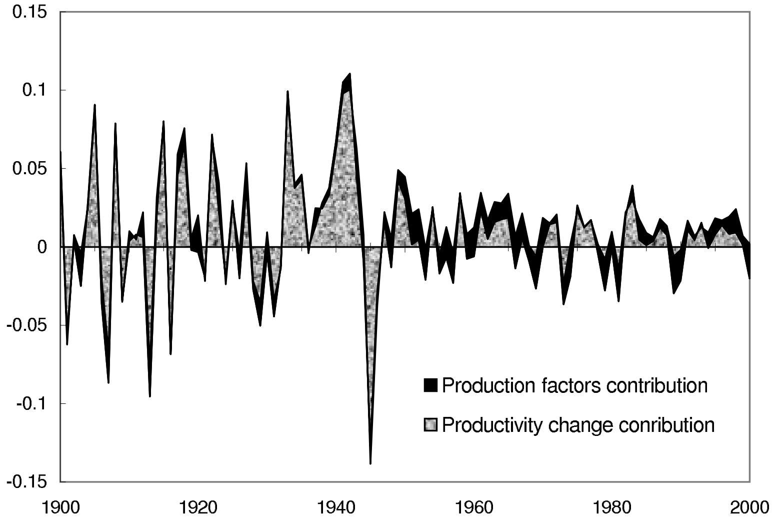

Рисунок 6.2 Разложение остатка Солоу

Традиционный 'суммарный фактор производительности' состоит из разницы между темпами роста замещающей работы и основного капитала (черная область), а также истинного остатка, связанного с изменениями производственной системы непосредственно (технологические и структурные изменения).

различие между темпами роста капитала и выпуска кажется весьма несущественным, учитывая грубую оценку параметров проблемы, хотя при более детальном рассмотрении это может быть объяснено различием темпов роста отраслей а также внутриотраслевым технологическим прогрессом (см. раздел 9.2.2, формула 9.19). В целом, можно отметить, что обсуждаемая в главах 5 и 6 теория позволяет описать 'стилизованные' факты экономического роста. [6]

[6] Здесь уместно напомнить читателю о противоречиях, возникающих в случае, если для оценки выпуска используется неоклассическая производственная функция в форме Кобба-Дугласа

$$Y = Y_0 \frac{L}{L_0} \left(\frac{L_0}{L} \frac{K}{K_0} \right)^{\alpha'}, \quad 0 < \alpha' < 1.$$

При рассмотрении экспоненциального роста выражение для выпуска определяется в виде

$$Y = Y_0 e^{[(1-\alpha')\nu + \alpha'\delta]t}.$$

Легко видеть, что производственная функция Кобба-Дугласа описывает эмпирические данные для США для 1950 - 95 годов при $\alpha' \approx 1$. Однако, индекс α' может

6.6.3 *Суммарный фактор производительности*

Темп роста выпуска может быть разбит на две части, причём в среднем доля темпа $(1-\alpha)\nu \approx 0.0112$ связана с ростом трудозатрат, остальная часть $\alpha\eta \approx 0.0235$ – с ростом замещающей работы. Хотя капитал является средством привлечения производственных факторов, формально можно выделить влияние роста капитала при темпе роста δ в темпе роста замещающей работы η и получить другое разбиение темпа роста выпуска: вклад от роста трудозатрат $(1-\alpha)\nu \approx 0.0112$ и вклад от прироста капитала $\alpha\delta \approx 0.0126$. Можно видеть, что при этом появляется остаток (Solow Residual), называемый суммарным фактором производительности, который выражается через технологический индекс и темпы роста как

$$Solow\ \ Residual = \alpha(\eta-\delta) = (1-\alpha)(\delta-\nu) \approx 0.0109. \qquad (6.29)$$

Детальное разложение остатка Solow для американской экономики показано на рис. 6.2.

6.7 Наилучшее использование производственных факторов

Можно предположить, что производственные факторы L и P выбираются в таких количествах, чтобы обеспечить наиболее эффективное функционирование производства. Формально это означает, что значения факторов производства максимизируют производственную функцию при заданных полных расходах на производственные факторы, и возникает задача о максимизации функции $Y(L,P)$ при условии

$$cL + pP = V,$$

где c и p - цены 'потребления' факторов производства, и V - часть валового продукта, которая идет на содержание факторов производства. Цены производственных факторов c и p обсуждались в разделах 2.4.2 и 2.5.3 (см. уравнение 2.35).

интерпретироваться как доля расходов на содержание капитала во всех расходах на содержание производственных факторов; эта величина оценивается как 0.3 – 0.4 для американской экономики. Это хорошо известный факт (Blanchard and Fisher, 1989, p. 4), который привел к введению 'полного фактора производительности' (Solow, 1957) и многочисленным модификациям неоклассической производственной функции (Brown, 1966; Ferguson, 1969).

Следуя общему методу поиска условного экстремума (Korn и Korn, 1968), мы ищем безусловный максимум функции Лагранжа

$$Y(L,P) - \kappa(cL + pP - V), \tag{6.30}$$

где κ - множитель Лагранжа, что приводит к уравнениям для точки условного экстремума

$$\frac{\partial Y}{\partial L} = \kappa c, \quad \frac{\partial Y}{\partial P} = \kappa p,$$

которые могут быть переписаны при использовании символов для предельных производительностей в виде

$$\beta = \kappa c, \quad \gamma = \kappa p.$$

Из последних соотношений следует, что отношение цен производственных факторов равно отношению предельных производительностей или, ссылаясь на уравнения (6.9), является обратно пропорциональным отношению факторов производства

$$\frac{c}{p} = \frac{\beta}{\gamma} = \frac{\overline{\varepsilon} - 1}{1 - \overline{\lambda}} \, \frac{P}{L}.$$

Соотношение между ценами производственных факторов, принимая во внимание определение (5.20) технологического индекса, может также быть записано в виде

$$\frac{c}{p} = \frac{\beta}{\gamma} = \frac{1 - \alpha}{\alpha} \, \frac{P}{L}.$$

Индекс α, таким образом, может быть выражен через цены и количества производственных факторов

$$\alpha = \frac{pP}{cL + pP}. \tag{6.31}$$

Итак, смысл технологического индекса α может быть определен следующим образом: индекс представляет долю расходов, необходимых для поддержания производственного оборудования, используемого для привлечения сторонней энергии как производственного фактора, в полных расхода на содержание производственных факторов. Если факторы производства выбраны как оптимальные, то выполняются соотношения

$$0 < \alpha < 1,$$

что подразумевает известные (см. формулы 6.10 в разделе 6.2) ограничения на значения технологических переменных. В терминах темпов роста, ограничения на значения технологического коэффициента приводят к соотношениям

$$\nu < \delta < \eta \quad \text{или} \quad \nu > \delta > \eta. \tag{6.32}$$

Эти условия совпадают с условиями положительности предельных производительностей.

Выражение (6.32) позволяет оценивать технологический индекс α по оценкам стоимости потребления производственных факторов. Вспоминая определение цены замещающей работы (2.35), определяем цену труда в виде

$$c = \mu\,\frac{\overline{\varepsilon}-1}{1-\overline{\lambda}}\,\frac{K}{L} = \mu\,\frac{1-\alpha}{\alpha}\,\frac{K}{L}. \tag{6.33}$$

Заметим, что стоимость труда c является стоимостью продуктов, необходимых для того, чтобы обеспечить компенсацию текущих расходов для проживания, что не включает, в отличие от заработной платы w, никакого накопления. Эта величина является стоимостью минимального количества продуктов, которые необходимы для человека, чтобы существовать.

6.8 О выборе между потреблением и сбережением

Производственная система экономики стимулируется желаниями экономических субъектов, прежде всего, желаниями производителей использовать все доступные ресурсы и произвести столько, сколько они могут. В зависимости от относительной доступности ресурсов возможны три моды экономического развития, определяющие различные формулы для вычисления (см. раздел 5.3.1). В случае изобилия инвестиций, труда и энергии, желания производителей могут столкнуться с желаниями потребителей, которые совместно должны определить, имея в виду настоящее и будущее потребление, что и сколько возможно немедленно использовать и сколько сберечь (инвестировать) для будущего производственного потребления. При заданой доле инвестиций в конечном выпуске задача о траектории производственного выпуска, рассматриваемого как многокомпонентный вектор, была изучена Леонтьевым (см. раздел 4.3.1 в четвертой главе); траектория выпуска определяется уравнением (4.41) чевертой главы. Траектория развития производственной системы существенно определяется инвестициями, которые могут быть найдены, исходя из представления, что стремление увеличить общественное и личное потребление является действительным стимулом производства. В результате, согласно Blanchard и Fisher (1989), были разработаны две основные модели для исследования траектории развития: оптимизационная модель с бесконечным горизонтом (Ramsay, 1928) и модель перекрывающихся поколений с конечным горизонтом (Allais, 1947; Samuelson, 1958; Diamond, 1965).

И одна и другая модели основаны на неоклассической производственной функции (1.4) и уравнении для динамики капитала (5.6). Для того, чтобы определить инвестиции, модель перекрывающихся поколений предполагает, что в любой момент времени живы и могут взаимодействовать друг с другом люди различных поколений. Инвестиции генерируются людьми, которые сберегают в течение своих жизней, чтобы гарантировать своё потребление при уходе на пенсию. Таким образом, предпочтения людей определяет инвестиции в производственную систему.

Франк Рамсей (Ramsay, 1928) дополнил уравнения (1.4) и (5.6) предположением, что траектория развития может быть выбрана таким способом, что потребление в течение некоторого интервала времени T должно быть наибольшим. Другими словами, задача состояла в том, чтобы найти траекторию развития, максимизирующую функционал

$$U(T) = \int_0^T u(c)\, e^{-\theta s}\, ds, \tag{6.34}$$

где потребление c является функцией времени s, $u(c)$ – некоторая вогнутая целевая функция, T – горизонт планирования.

Нет никакой необходимости рассматривать здесь оригинальную версию задачи Рамсея (это может быть найдено, например, в монографии Blanchard and Fisher, 1989); в постановке Рамсея модель определяет лишь траекторию потенциального развития, не учитывая доступность труда и энергии. Хотя представляется сомнительным, что траектория развития определяется наибольшим потреблением, укажем здесь модифицироанную постановку задачи о вычислении реальной траектории развития на основании принципа оптимальности. Для этого мы оновываемся на уравнения развития (5.6) и (5.13), которые были сформулированы в Секции 5.1. Чтобы ввести потребление в уравнения мы используем соотношение

$$I = Y - cL \tag{6.35}$$

и перепишем уравнение во второй строке в формуле (6.7) для производства стоимости в иной форме, чтобы получить систему уравнений

$$\frac{dY}{dt} = (\beta\lambda + \gamma\varepsilon)\, Y - (\beta\lambda + \gamma\varepsilon)\, cL - \mu\, (\beta\, L + \gamma\, P),$$

$$\frac{dK}{dt} = Y - cL - \mu\, K, \quad \frac{dL}{dt} = \lambda\, Y - (\lambda\, c + \mu)L, \quad \frac{dP}{dt} = \varepsilon\, Y - \varepsilon\, cL - \mu P. \tag{6.36}$$

Предполагается, что предельные производительности заданы, например, формулами (6.13). Технологические переменные $\overline{\lambda} = \lambda K/L$, $\overline{\varepsilon} = \varepsilon K/S$ определены уравнениями (5.30) и (5.31).

Далее, удобно использовать переменные

$$y = \frac{Y}{L}, \quad \epsilon = \frac{P}{L}, \quad \ell = \frac{L}{K}$$

чтобы записать систему эволюционных уравнений в форме

$$\begin{aligned}
\frac{dy}{dt} &= (\beta(\epsilon) - y)[\overline{\lambda}\, (y - c)\, \ell - \mu] + \gamma(\epsilon)[\overline{\varepsilon}\, (y - c)\, \ell - \mu]\, \epsilon, \\
\frac{d\epsilon}{dt} &= (\overline{\varepsilon} - \overline{\lambda})\, (y - c)\, \epsilon\, \ell, \\
\frac{d\ell}{dt} &= (\overline{\lambda} - 1)\, (y - c)\, \ell^2.
\end{aligned} \tag{6.37}$$

Процедура максимизации функции (6.34) при ограничениях (6.37) определяет дифференциальное уравнение для потребления как функции времени.

Литература

Гринин Л.Е. (2013) Динамика Кондратьевских волн в свете теории производственных революций. В: А.А. Акаев, А.В. Коротаев, С.Ю. Малков (ред.) Мировая динамика: Закономерности, тенденции, перспективы. USSR: КРАСАНД, Москва. С. 291-347.

Щербаков А.В. (2013) Управление кризисами в экономике. В: А.А. Акаев, А.В. Коротаев, С.Ю. Малков (ред.) Мировая динамика: Закономерности, тенденции, перспективы. USSR: КРАСАНД, Москва. С. 362-394.

Allais M. (1947) Economie et interet. Imprimerie Nationale, Paris.

Berndt E.R. and Wood D.O. (1979) Engineering and econometric interpretations of energy – capital complementarity. American Economic Review 69: 342-354.

Blanchard O.J. and Fisher S. (1989) Lectures on Macroeconomics. MIT Press, Gambridge MA.

Brown M. (1966) On the Theory and Measurement of Technological Change. Cambridge University Press, Cambridge.

Cobb G.W. and Douglas P.N. (1928) A theory of production. American Economic Review, Suppl. (March): 139-165.

Diamond P.A. (1965) National debt in a neo-classical growth model. American Economic Review 55: 1126-1150.

Ferguson C.E. (1969) The Neo-Classical Theory of Production and Distribution. Cambridge University Press, Cambridge

Keen, S. (2013) A monetary Minsky model of the Great Moderation and the Great Recession. Journal of Economic Behavior & Organization, vol. 86(C), pages 221-235. DOI: 10.1016/j.jebo.2011.01.010

Keynes J.M. (1936) The General Theory of Employment, Interest and Money by John Maynard Keynes, published by Macmillan Cambridge University Press, for Royal Economic Society.

Korotayev A.V. and Tsirel S.V. (2010) A spectral analysis of World GDP dynamics: Kondratiev waves, Kuznets swings, Juglar and Kitchin cycles in global economic development, and the 2008-2009 economic crisis. Structure and Dynamics 4: 3-57.

Korn G.A. and Korn T.M. (1968) Mathematical Handbook for Scientists and Engineers. McGraw-Hill, New York *etc.* Перевод: Корн Г. и Корн Т., Справочник по математике. Для научных работноков и инженеров. Наука, Главная редакция физ.-мат. литературы, Москва, 1974.

Minsky H. (2008) Stabilizing an unstable economy. McGraw-Hill (First edition published in 1986 by Yale University Press). Перевод: Мински, Х. Стабилизируя нестабильную экономику / Хайман Мински; пер. с англ. Ю. Каптуревского; под науч. ред. И. Розмаинского. - М.; СПб: Изд-во Института Гайдара, Факультет свободных искусств и наук СПбГУ, 2017. - 624 с. - (Новое экономическое мышление).

Odum H.T. (1996) Environmental Accounting. Emergy and Environmental Decision Making. John Wiley & Sons, New York *etc.*

Patterson M.G. (1996) What is energy efficiency? Concepts, indicators and methodological issues. Energy Policy 24: 377-390.

Pokrovski V.N. (1999) Physical Principles in the Theory of Tconomic Growth. Ashgate Publishing, Aldershot.

Pokrovski V.N. (2003) Energy in the theory of production. Energy 28: 769-788.

Pokrovskii V.N. (2011) Pulsation of the growth rate of output and technology. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, Vol. 390 (23-24), 4347-4354.

Ramsey F.P. (1928) A mathematical theory of saving. Economic Journal 38: 543-559.

Samuelson P.A. (1958) An exact consumption-loan model of interest with or without the social contrivance of money. Journal of Political Economy 66: 467-482.

Scott M.F.G. (1989) A New View of Economic Growth. Clarendon Press, Oxford.

Solow R. (1957) Technical change and the aggregate production function. Review of Economic Studies 39: 312-330.

Valero A. (1998) Thermoeconomics as a conceptual basis for energy-ecological analysis. In: Ulgiati S (ed) Advances in Energy Studies Workshop: Energy Flows in Ecology and Economy. Porto Venere, Italy 1998. MUSIS, Rome. P. 415 - 444.