Глава 5

Общественные ресурсы в производстве

Описание производственного процесса в предыдущей главе предполагало, что с помощью некоторых инструментов и приспособлений из сырья и заготовок может быть изготовлено некоторое изделие. Теперь мы собираемся взглянуть на процесс производства с другой точки зрения, принимая во внимание роль основного производственного оборудования, как набора сложных устройств, которые позволяют человеку привлекать энергию из природных источников к производству. Введены два набора величин, которые, при макроэкономическом подходе, характеризуют уровень технологии в экономике: (1) темпы потенциального роста производственных факторов $\tilde{\nu}$ и $\tilde{\eta}$ и (2) технологические коэффициенты λ и ε, которые показывают, сколько труда и работы замещения необходимо, чтобы ввести в действие единицу инвестиций. Технологические коэффициенты являются характеристиками производственного оборудования и могут быть легко оценены.

5.1 Динамика производственных факторов

В предыдущей главе производственная система рассматривалась состоящей из n отраслей, каждая из которых производит свой продукт, но в этой главе, мы полагаем, что производственная система состоит из единственной отрасли, которая может быть описана аггрегированными величинами. Результат деятельности производственной системы оценивается валовым внутренним продуктом Y, который представляет оценку стоимости продуктов, созданных производственной системой за год

$$Y = \sum_{i=1}^{n} Y_i.$$

Производственная система рассматривается как совокупность производственного оборудования в каждой отрасли K^i, которое приводится в действие (оживляется) производственными факторами: трудозатратами L^i и замещающей работой P^i. Полагая, что производственная система состоит из единственной отрасли, записываем суммарное количество производственных факторов

$$K = \sum_{i=1}^{n} K^i, \quad L = \sum_{i=1}^{n} L^i, \quad P = \sum_{i=1}^{n} P^i.$$

При этом выпуск продукции Y (в денежном выражении) следует рассматривать как функцию основного капитала K, трудозатрат L и производительной энергии P

$$Y = Y(K, L, P). \tag{5.1}$$

Динамика производственных факторов может быть рассмотрена независимо от описания производства стоимости, что будет обсуждаться в следующей главе.

5.1.1 *Динамика основного капитала*

При рассмотрении роли оборудования в производстве, необходимо принять во внимание, что оборудование с различными технологическими характеристиками вводится в производственный процесс в различные моменты времени. Возраст существующего основного капитала различен и, подобно формуле (2.19), мы можем записать выражение для структуры фиксированного производственного капитала

$$K(t) = \int_{-\infty}^{t} k(t, s) ds, \tag{5.2}$$

где $k(t, s)$ - часть основного капитала, существующего в момент времени t и введенного в момент времени s в течение единицы времени. Эта величина является решением уравнения

$$\frac{\partial k(t, s)}{\partial t} = -\mu(t, s) k(t, s) \tag{5.3}$$

с начальными условиями

$$k(s,s) = I(s). \tag{5.4}$$

Выражение (5.3) можно проинтегрировать по s, чтобы получить уравнение

$$\frac{dK}{dt} = I - \int_{-\infty}^{t} \mu(t,s)k(t,s)ds. \tag{5.5}$$

Удобно ввести эффективный коэффициент амортизации

$$\mu(t) = \frac{1}{K}\int_{-\infty}^{t} \mu(t,s)k(t,s)ds$$

и переписать уравнение (5.5) в хорошо известной (Blanchard, Fisher,1989) форме

$$\frac{dK}{dt} = I - \mu K. \tag{5.6}$$

Решение этого уравнения, при $\mu = const$, записывается, в соответствии с (2.19), в виде

$$K(t) = \int_{-\infty}^{t} k(t,s)ds, \quad k(t,s) = e^{-\mu(t-s)}I(s). \tag{5.7}$$

5.1.2 *Динамика трудозатрат и замещающей работы*

Существующая технология определяет величину трудозатрат и замещающей работы необходимых для того, чтобы производственный механизм действовал, и уравнения для этих производственных факторов, при выводе которых мы следуем предыдущим работам (Pokrovskii, 1999, 2003), должны включать технологические характеристики.

Подобно уравнению (5.2) для основного капитала, факторы производства могут быть представлены формулами

$$L(t) = \int_{-\infty}^{t} l(t,s)ds, \quad P(t) = \int_{-\infty}^{t} e(t,s)ds, \tag{5.8}$$

где $l(t,s)$ и $e(t,s)$ являются трудозатратами и замещающей работой, которые необходимы для того, чтобы часть фиксированного капитала $k(t,s)$ находилась в действии, так что могут быть записаны соотношения

$$l(t,s) = \lambda(t,s)k(t,s), \quad e(t,s) = \varepsilon(t,s)k(t,s). \tag{5.9}$$

В силу соотношения (5.4)

$$\begin{aligned} l(s,s) &= \lambda(s)I(s), \quad \lambda(s) = \lambda(s,s), \\ e(s,s) &= \varepsilon(s)I(s), \quad \varepsilon(s) = \varepsilon(s,s) \end{aligned} \tag{5.10}$$

где $I(s)$ - валовые инвестиции в момент времени s.

Коэффициенты $\lambda(s) > 0$ и $\varepsilon(s) > 0$ определяют необходимое количество труда и замещающей работы на единицу увеличения основного капитала: поэтому, они могут быть названы трудотребованием и энерготребованием, соответственно. Значения этих коэффициентов определяются применяемой технологией, поэтому мы можем также называть их технологическими коэффициентами.

В силу уравнения (5.3), уравнения для динамики величин (5.9) могут быть написаны следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial l(t,s)}{\partial t} &= -\mu_{\mathsf{L}}(t,s)l(t,s), \qquad \mu_{\mathsf{L}}(t,s) = \mu(t,s) - \frac{1}{\lambda(t,s)}\frac{\partial \lambda(t,s)}{\partial t}, \\ \frac{\partial e(t,s)}{\partial t} &= -\mu_{\mathsf{P}}(t,s)e(t,s), \qquad \mu_{\mathsf{P}}(t,s) = \mu(t,s) - \frac{1}{\varepsilon(t,s)}\frac{\partial \varepsilon(t,s)}{\partial t}. \end{aligned} \tag{5.11}$$

Последние слагаемые в определениях коэффициентов обесценивания $\mu_{\mathsf{L}}(t,s)$ и $\mu_{\mathsf{P}}(t,s)$ связаны с изменением качества производственного оборудования со временем t после того, как оно было установлено в момент времени s.

В соответствии с определениями (5.8), мы можем выразить необходимое количество производственных факторов

$$\frac{dL}{dt} = \lambda I - \int_{-\infty}^{t} \mu_{\mathsf{L}}(t,s)l(t,s)ds, \quad \frac{dP}{dt} = \varepsilon I - \int_{-\infty}^{t} \mu_{\mathsf{P}}(t,s)e(t,s)ds. \tag{5.12}$$

Первые слагаемые в правой стороне этих соотношений описывают увеличение рассматриваемых величин, связанное с валовыми инвестициями I; вторые слагаемые представляют уменьшение соответствующих величин из-за изменения качества производственного оборудования после установки и удаления части оборудования вследствие износа и старения.

Можно переписать уравнения (5.12), вводя специальные обозначения для последних частей уравнений, в виде

$$\frac{dL}{dt} = \lambda I - (\mu + \nu')L, \quad \frac{dP}{dt} = \varepsilon I - (\mu + \eta')P. \tag{5.13}$$

Можно рассматривать величины $\mu+\nu'$ и $\mu+\eta'$ как эффективные коэффициенты обесценивания производственных факторов. Если, например, установленное технологическое оборудование требует большего количества труда в течение старения, $\nu' < 0$ и эффективный коэффициент обесценивания уменьшается. Если технологическое оборудование не меняет своего качества в течение времени, то есть технологические коэффициенты в уравнениях (5.9) не зависят от аргумента t, величины $\nu' = 0$ и $\eta' = 0$ и все коэффициенты обесценивания в уравнениях (5.6) и (5.13) оказываются одними и теми же.

При иной интерпретации можно полагать, что величины $\frac{1}{L}\frac{dL}{dt} + \nu'$ и $\frac{1}{P}\frac{dP}{dt} + \eta'$ являются эффективными темпами роста труда и замещающей работы.

5.2 Технологические характеристики капитала

Особенностью рассматриваемого феноменологического (макроэкономического) описания производства является то, что основному капиталу приписывается технологические характеристики, которые являются обобщенными характеристиками метода производства, то есть способа использования инструментов, машин, материалов, источников энергии, необходимых для производства полезных вещей.

5.2.1 *Технологические коэффициенты*

При обсуждении смысла и свойств технологических коэффициентов $\lambda(t)$ и $\varepsilon(t)$ в динамических уравнениях (5.13), можно пренебречь для простоты величинами ν' и η'. Легко видеть из уравнений (5.6) и (5.13), что постоянные технологические коэффициенты могут быть выражены как

$$\lambda = \frac{L}{K}, \qquad \varepsilon = \frac{P}{K}.$$

Удобно в общем случае ввести безразмерные технологические величины

$$\overline{\lambda} = \lambda\,\frac{K}{L}, \qquad \overline{\varepsilon} = \varepsilon\,\frac{K}{P}, \tag{5.14}$$

так что при неизменной технологии $\overline{\lambda} = 1$ и $\overline{\varepsilon} = 1$.

Требование положительности предельных производительностей труда и замещающей работы (глава 6, секция 6.1) накладывает некоторые ограничения (формула 6.10) на значения технологических коэффициентов, а именно,

$$\overline{\lambda} < 1 < \overline{\varepsilon} \quad \text{или} \quad \overline{\lambda} > 1 > \overline{\varepsilon}. \tag{5.15}$$

Кроме того, естественно рассматривать технологическое коэффициенты как неотрицательные, так как едва ли можно вообразить реальную ситуацию, когда хотя бы один из технологических коэффициентов был отрицателен.

Технологические коэффициенты играют существенную роль в описании производственной системы; их следует считать независимыми переменными в системе эволюционных уравнений. Изменение технологических коэффициентов указывает на изменение в потреблении труда и замещающей работы. Случай, например, когда

$$\lambda < \frac{L}{K}, \qquad \varepsilon < \frac{P}{K}$$

означает, что вводятся трудосберегающие и энергосберегающие технологии. Действительно, уравнения (5.13) позволяет оценить уменьшение затрат производственных факторов при введении новых технологий. Например, при изменении технологического коэффициента от начального значения 1 до меньшего числа $\overline{\lambda}$ затраты труда уменьшаются на величину ΔL, и темп уменьшения определяется как

$$\frac{1}{L}\frac{d(\Delta L)}{dt} = (1 - \overline{\lambda})\frac{I}{K} \tag{5.16}$$

Заметим, что величины, обратные к технологическим коэффициентам можно интерпретировать как стоимость оборудования необходимого для того, чтобы ввести единицу труда или единицу замещающей работы в производственный процесс, или, другими словами, *цены введения* соответствующих производственных факторов

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{K}{\overline{\lambda}\, L}, \quad \frac{1}{\varepsilon} = \frac{K}{\overline{\varepsilon}\, P}.$$

При неизменной технологии, стоимость введения

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{K}{L}, \quad \frac{1}{\varepsilon} = \frac{K}{P}.$$

Существенно отметить, что цена введения замещающей работы отличается от цены замещающей работы как производственного фактора, определённого формулой (2.35). Последняя не является ценой используемых энергоносителей, но ценой износа производственного оборудования (основного капитала), который позволяет потенциальной энергии носителей совершать работу и преобразоваться полезным образом в теплоту.

5.2.2 *Технологический индекс*

Уравнения (5.6) и (5.13) могут рассматриваться как соотношения, которые определяют спрос факторов производства при данной технологии и инвестициях. При данных значениях технологических коэффициентов, которые ограничены неравенствами (5.15), значения инвестиций и производственных факторов не могут быть совершенно произвольными и должны соответствовать значениям технологических коэффициентов. Если же наблюдается некоторое несоответствие, то величины ν' и η' следует рассматривать как надлежащие поправки к темпам роста труда и энергии. Эти величины могут также компенсировать возможные эмпирические ошибки.

Удобно ввести специальные обозначения для темпа роста капитала и эффективных темпов роста труда и энергии

$$\delta = \frac{1}{K}\frac{dK}{dt}, \quad \nu = \nu' + \frac{1}{L}\frac{dL}{dt}, \quad \eta = \eta' + \frac{1}{P}\frac{dP}{dt}. \tag{5.17}$$

Это позволяет нам переписать уравнения (5.6) и (5.13) в следующей форме

$$\delta = \frac{I}{K} - \mu, \qquad \nu = \overline{\lambda}\frac{I}{K} - \mu, \qquad \eta = \overline{\varepsilon}\frac{I}{K} - \mu, \tag{5.18}$$

где использованы символы для безразмерных технологических величин (5.14).

Уравнения (5.18) являются следствием балансовых соотношений и в силу этого являются точными соотношениями между темпами эффективного роста производственных факторов $\delta(t)$, $\nu(t)$, и $\eta(t)$ и технологическими коэффициентами в форме

$$\overline{\lambda} = \frac{\nu + \mu}{\delta + \mu}, \qquad \overline{\varepsilon} = \frac{\eta + \mu}{\delta + \mu}. \tag{5.19}$$

Коэффициент обесценивания μ может быть исключен из соотношений (5.19). Таким образом, можно получить соотношение между темпами эффективного (реального) роста различных величин

$$\delta = \nu + \alpha(\eta - \nu), \quad \alpha = \frac{1 - \overline{\lambda}}{\overline{\varepsilon} - \overline{\lambda}}. \tag{5.20}$$

Здесь введён технологический индекс α, который оказывается важной характеристикой производственного процесса; в шестой главе будет продемонстрировано, что технологический индекс является существенным элементом производственной функции.

Условие продуктивности факторов производства (5.15) налагает определенное ограничение на значения технологического индекса

$$0 < \alpha < 1. \tag{5.21}$$

Кроме того, оценки индекса могут быть выполнены различными способами. В шестой главе будет показано, что технологический индекс α имеет смысл доли расходов для обслуживания замещающей работы, как производственного фактора, в полных расходах по поддержанию факторов производства (трудозатраты L и замещающая работа P).

Напомним, что величины ν и η представляют эффективные темпы роста производственных факторов и совпадают с темпами реального роста, если поправками ν' и η' можно пренебречь.

5.3 Инвестиции и технологические изменения

5.3.1 *Инвестиции и три типа развития*

Чтобы определить инвестиции, следует принять во внимание ограничения, наложенные внутренними (ограничение производства и необходимый уровень потребления) и внешними (труд и замещающая работа) обстоятельствами.

По уравнению (4.54), возможный рост основного капитала, при отсутствии ограничений на доступность труда и замещающей работы, может быть записан в терминах многоотраслевой модели как

$$\tilde{\delta} = -\mu + \frac{1}{K} \sum_{j,l=1}^{n} s_j K^l \xi_j^l. \tag{5.22}$$

Так как отношение инвестиционного продукта в конечном выпуске сектора s_j изменяется от 0 до 1 в каждом секторе, темп потенциального роста инвестиций $\tilde{\delta}$ ограничен неравенствами

$$-\mu < \tilde{\delta} < \frac{Y}{K} - \mu.$$

Ограничения появляются также при недостатке других факторов производства. Мы предполагаем здесь, что существуют внешние источники труда и энергии, так что возможные количества доступного труда $\tilde{L}$ и замещающей работы $\tilde{P}$ известны. Удобно полагать, что они являются решениями уравнений

$$\frac{d\tilde{L}}{dt} = \tilde{\nu}\,\tilde{L}, \quad \frac{d\tilde{P}}{dt} = \tilde{\eta}\,\tilde{P} \tag{5.23}$$

Хотя темпы потенциального роста $\tilde{\nu}$ и $\tilde{\eta}$ могут быть, в принципе, вычислены так, как обсуждалось в главе 2 (см. разделы 2.4.2 и 2.5.5), далее, предполагается, что они заданы как функции времени

$$\tilde{\delta} = \tilde{\delta}(t), \qquad \tilde{\nu} = \tilde{\nu}(t), \qquad \tilde{\eta} = \tilde{\eta}(t).$$

В любом случае темпы реального роста δ, ν и η не превышают темпов потенциального роста $\tilde{\delta}$, $\tilde{\nu}$ и $\tilde{\eta}$, то есть

$$\delta \le \tilde{\delta}, \quad \nu \le \tilde{\nu}, \quad \eta \le \tilde{\eta}.$$

Эти неравенства с помощью уравнений (5.18), содержащих темпы реального роста, определяют ограничения на возможные инвестиции в производственный сектор

$$I \le (\mu + \tilde{\delta})K, \quad I \le \frac{\mu + \tilde{\nu}}{\lambda}L, \quad I \le \frac{\mu + \tilde{\eta}}{\varepsilon}P. \tag{5.24}$$

Реальные инвестиции определяются сравнением потенциальных инвестиций, с одной стороны, и доступностью труда и замещающей работы с другой стороны. Можно предположить, что производственная система старается поглотить все доступные факторы производства. В этом случае, следует записать для инвестиций

$$I = (\delta + \mu)K = \min \begin{cases} (\tilde{\delta} + \mu)K \\ (\tilde{\nu} + \mu)K/\overline{\lambda} \\ (\tilde{\eta} + \mu)K/\overline{\varepsilon} \end{cases} . \tag{5.25}$$

Темпы реального роста факторов производства δ, ν и η отличаются от темпов потенциального роста. Согласно трем возможностям, записанным в уравнении (5.25), существует три способа экономического развития, для которых мы имеем различные формулы для вычисления. Как следует из уравнений (5.18) и (5.25), темпы реального роста факторов производства могут быть определены в трёх случаях как

$$\delta = \tilde{\delta}, \qquad \nu = (\tilde{\delta}+\mu)\overline{\lambda} - \mu, \qquad \eta = (\tilde{\delta}+\mu)\overline{\varepsilon} - \mu,$$

$$\delta = (\tilde{\nu}+\mu)\frac{1}{\overline{\lambda}} - \mu, \qquad \nu = \tilde{\nu}, \qquad \eta = (\tilde{\nu}+\mu)\frac{\overline{\varepsilon}}{\overline{\lambda}} - \mu,$$

$$\delta = (\tilde{\eta}+\mu)\frac{1}{\overline{\varepsilon}} - \mu, \qquad \nu = (\tilde{\eta}+\mu)\frac{\overline{\lambda}}{\overline{\varepsilon}} - \mu, \qquad \eta = \tilde{\eta}. \tag{5.26}$$

Первая строка уравнений приложима к случаю дефицита инвестиций и изобилию труда, замещающей работы и сырья. Вторая строка действительна в случае дефицита труда, изобилия инвестиций, замещающей работы и сырья. Последняя строка уравнений приложима к случаю дефицита замещающей работы, изобилия инвестиции, труда и сырья.

5.3.2 *Принцип развития и безработица*

Согласно обсуждаемому ранее утверждению, темпы реального роста производственных факторов не больше чем темпы потенциального роста. Если, действительно, система стремится поглотить все доступные факторы, рост одного из производственных факторов совпадает с его потенциальным ростом. Это означает что разрыв между реальными и потенциальными значениями факторов производства, например, разрыв между наличной рабочей силой $\tilde{L}$ и используемым трудом L может только увеличиваться. Таким образом, индекс безработицы $u = (\tilde{L} - L)/\tilde{L}$, например, не может уменьшаться 'естественным' образом. Чтобы уменьшить разрыв между реальным и потенциальным величинами факторов производства, необходимо внешнее вмешательство, например, в виде правительственных инвестиций, и, принимая это во внимание, соотношение (5.25) следует переписать в виде

$$I = (\delta+\mu)K = \chi(u)\,K + \min\begin{cases} (\tilde{\delta}+\mu)K \\ (\tilde{\nu}+\mu)K/\overline{\lambda} \\ (\tilde{\eta}+\mu)K/\overline{\varepsilon} \end{cases}, \tag{5.27}$$

где величина $\chi(u)$ введена для того, чтобы регулировать разрыв между предложением и спросом факторов производства, и система должна иметь некоторое количество инвестиций для регулирования. В этом случае также существуют три способа экономического развития. В многоотраслевой модели интервенция определяется подобным образом, однако интерпретация может быть другой (см. раздел 9.1.2).

5.3.3 *Динамика технологических коэффициентов*

Тот же самый принцип максимального использования доступных ресурсов помогает сформулировать уравнения для динамики технологических коэффициентов $\overline{\lambda}$ и $\overline{\varepsilon}$. Чтобы выяснить закон временной зависимости технологических коэффициентов, обратимся опять к ограничениям на инвестиции. Соотношения (5.26) можно переписать как соотношения для безразмерных технологических величин $\overline{\lambda}$, $\overline{\varepsilon}$ и их отношения $\Theta = \overline{\varepsilon}/\overline{\lambda}$

$$1 = \frac{\tilde{\delta}+\mu}{\delta+\mu}, \quad \overline{\lambda} \le \frac{\tilde{\nu}+\mu}{\delta+\mu}, \quad \overline{\lambda} \le \frac{\tilde{\nu}+\mu}{\tilde{\delta}+\mu}, \quad \overline{\varepsilon} \le \frac{\tilde{\eta}+\mu}{\delta+\mu}, \quad \overline{\varepsilon} \le \frac{\tilde{\eta}+\mu}{\tilde{\delta}+\mu},$$

$$1 \le \frac{\tilde{\delta}+\mu}{\delta+\mu}, \quad \overline{\lambda} = \frac{\tilde{\nu}+\mu}{\delta+\mu}, \quad \overline{\lambda} \ge \frac{\tilde{\nu}+\mu}{\tilde{\delta}+\mu}, \quad \overline{\varepsilon} \le \frac{\tilde{\eta}+\mu}{\delta+\mu}, \quad \Theta \le \frac{\tilde{\eta}+\mu}{\tilde{\nu}+\mu},$$

$$1 \le \frac{\tilde{\delta}+\mu}{\delta+\mu}, \quad \overline{\lambda} \le \frac{\tilde{\nu}+\mu}{\delta+\mu}, \quad \overline{\varepsilon} = \frac{\tilde{\eta}+\mu}{\delta+\mu}, \quad \overline{\varepsilon} \ge \frac{\tilde{\eta}+\mu}{\tilde{\delta}+\mu}, \quad \Theta \ge \frac{\tilde{\eta}+\mu}{\tilde{\nu}+\mu}. \tag{5.28}$$

В первом случае существуют внутренние ограничения роста. В последних двух строках, ограничен один из факторов производства, L или P.

Можно предположить, что при стремлении производственной системы использовать все доступные ресурсы, возникает тенденция к изменению технологии, что проявляется в тенденции к изменениям технологических коэффициентов таким образом, что неравенства в условиях (5.28) стремятся превратиться в равенства. Эти процессы связанны с созданием новых технологий и распространением уже известных. Можно полагать, что скорости изменения технологических коэффициентов

$$\frac{d\Theta}{dt}, \quad \frac{d\overline{\lambda}}{dt}, \quad \frac{d\overline{\varepsilon}}{dt}$$

являются функциями разностей

$$\Theta - \frac{\tilde{\eta}+\mu}{\tilde{\nu}+\mu}, \quad \overline{\lambda} - \frac{\tilde{\nu}+\mu}{\tilde{\delta}+\mu}, \quad \overline{\varepsilon} - \frac{\tilde{\eta}+\mu}{\tilde{\delta}+\mu}.$$

Эти тенденции технологических изменений в первом приближении могут быть описаны уравнениями для безразмерных величин

$$\frac{d\Theta}{dt} = -\frac{1}{\tau_\theta}\left(\Theta - \frac{\tilde{\eta}+\mu}{\tilde{\nu}+\mu}\right), \tag{5.29}$$

$$\frac{d\overline{\lambda}}{dt} = -\frac{1}{\tau_\lambda}\left(\overline{\lambda} - \frac{\tilde{\nu}+\mu}{\tilde{\delta}+\mu}\right), \tag{5.30}$$

$$\frac{d\overline{\varepsilon}}{dt} = -\frac{1}{\tau_\varepsilon}\left(\overline{\varepsilon} - \frac{\tilde{\eta}+\mu}{\tilde{\delta}+\mu}\right). \tag{5.31}$$

Так как $\Theta = \overline{\varepsilon}/\overline{\lambda}$, то только два из уравнений (5.29) - (5.31) оказываются независимыми, и для того, чтобы эти уравнения оказались совместимыми, времена релаксации τ_λ и τ_ε должны быть приравнены друг к другу и быть связанными с временем релаксации τ_θ следующим образом

$$\tau_\lambda = \tau_\varepsilon = \frac{1}{\overline{\lambda}}\,\frac{\tilde{\nu}+\mu}{\tilde{\delta}+\mu}\,\tau_\theta.$$

Релаксационные уравнения (5.29) - (5.31) являются уравнениями первого порядка относительно величин, записанных в скобках, так что времена релаксации в этих уравнениях следует рассматривать в нулевом приближении. Это означает что в рассмотренном приближении, все времена релаксации равны друг другу, а именно,

$$\tau_\lambda = \tau_\varepsilon = \tau_\theta = \tau, \tag{5.32}$$

так что индексы в уравнениях (5.29) - (5.31) могут быть опущены в последующем изложении. Значение τ является характерным временем перехода от одной технологической ситуации к другой, когда внешние параметры $\tilde{\nu}$ и $\tilde{\eta}$ изменяются. Этот процесс определяется внутренними процессами привлечение надлежащей технологии.

Легко видеть, что, если темпы роста производственных факторов постоянны, уравнение (5.29), например, при начальном значении

$$\Theta(0) = (1-\Delta)\frac{\tilde{\eta}+\mu}{\tilde{\nu}+\mu}$$

имеет простое решение

$$\Theta(t) = \frac{\tilde{\eta}+\mu}{\tilde{\nu}+\mu}\left[1 - \Delta\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right]. \tag{5.33}$$

5.3.4 *Динамика технологического индекса*

Теперь можно непосредственно установить уравнение для технологического индекса

$$\alpha = \frac{1-\overline{\lambda}}{\overline{\varepsilon}-\overline{\lambda}}.$$

Дифференцируя величину и используя уравнения (5.30) и (5.31), определяем соотношение

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{\tilde{\delta}-\tilde{\nu}-\alpha\,(\tilde{\eta}-\tilde{\nu})}{\tau(\overline{\varepsilon}-\overline{\lambda})(\tilde{\delta}+\mu)} \tag{5.34}$$

Чтобы определить изменение технологического индекса, следует сравнить темп потенциального роста капитала $\tilde{\delta}$ с суммой темпов потенциального роста $\tilde{\nu}+\alpha\,(\tilde{\eta}-\tilde{\nu})$. Если первая величина больше чем вторая, технологический индекс растет. Можно предположить, что, в установившейся ситуации, существует соотношение

$$\tilde{\delta} = \tilde{\nu}+\alpha\,(\tilde{\eta}-\tilde{\nu}), \tag{5.35}$$

которое подобно соотношению (5.20) для темпов реального роста факторов производства. В этом случае, технологический индекс α оказывается постоянным в течение развития, другими словами, технологический индекс оказывается первым интегралом эволюции системы. Можно ожидать, что существуют социальные механизмы, которые обеспечивают справедливость соотношения (5.35). Конечно, это соотношение следует рассматривать как приблизительное равенство, которое может быть нарушено беспорядками в общественной жизни.

5.4 Эволюция производственной системы

Записанные в предыдущих разделах соотношения представляют систему уравнений, описывающую изменения производственных факторов K, L, P совместно с эволюцией характеристик $\overline{\lambda}$, $\overline{\varepsilon}$, α производственной системы, которая в этой главе рассматривается в самом грубом приближении как единая отрасль. Далее мы обсудим результаты применения системы уравнений для воспроизведения эволюции характеристик экономики США с тем, чтобы оценить справедливость наших предыдущих рассуждений.

5.4.1 *Система уравнений эволюции*

Теперь мы можем собирать в этом разделе вместе полученные ранее в этой главе уравнения, то есть, уравнения (5.6), (5.13), (5.26), (5.30), (5.31) и (5.34) и записать в совокупности

$$\frac{dK}{dt} = I - \mu K, \quad \frac{dL}{dt} = \left(\overline{\lambda}\,\frac{I}{K} - \mu\right) L, \quad \frac{dP}{dt} = \left(\overline{\varepsilon}\,\frac{I}{K} - \mu\right) P,$$

$$\frac{I}{K} = \min\left\{(\tilde{\delta} + \mu), \ \ (\tilde{\nu} + \mu)\frac{1}{\overline{\lambda}}, \ \ (\tilde{\eta} + \mu)\frac{1}{\overline{\varepsilon}}\right\},$$

$$\frac{d\overline{\lambda}}{dt} = -\frac{1}{\tau}\left(\overline{\lambda} - \frac{\tilde{\nu} + \mu}{\tilde{\delta} + \mu}\right), \quad \frac{d\overline{\varepsilon}}{dt} = -\frac{1}{\tau}\left(\overline{\varepsilon} - \frac{\tilde{\eta} + \mu}{\tilde{\delta} + \mu}\right), \quad \alpha = \frac{1 - \overline{\lambda}}{\overline{\varepsilon} - \overline{\lambda}} \qquad (5.36)$$

Записанная система содержит семь величин K, L, P, I, $\overline{\lambda}$, $\overline{\varepsilon}$ и α, которые связаны двумя алгебраическими соотношениями, так что можно выбрать пять независимых переменных, подчиняющихся пяти независимым дифференциальным уравнениям. Начальные значения всех переменных, кроме технологических переменных, известны по эмпирическим данным. Начальные значения технологических переменных могут быть выбраны произвольно, поскольку, вследствие уравнений релаксации из системы (5.36), эти значения забываются за конечный промежуток времени, но при этом выбор технологических переменных должен соответствовать значению технологического индекса α.

Система уравнений (5.36) показывает, что для того, чтобы вычислить траекторию развития экономической системы, необходимо знать темпы потенциального роста производственных факторов

$$\tilde{\delta} = \tilde{\delta}(t), \ \tilde{\nu} = \tilde{\nu}(t), \ \tilde{\eta} = \tilde{\eta}(t).$$

Также предполагаются известными время перехода от одной технологической ситуации к другой τ и коэффициент амортизации μ, как характеристики производственной системы. При заданных начальных значениях переменных проблема сводится к задаче Коши, которая может быть решена численными методами.

5.4.2 *Пример траектории развития*

Чтобы проверить адекватность утверждения, что задание темпов потенциального роста производственных факторов и двух характерисик производственной системы: времени перехода от одной

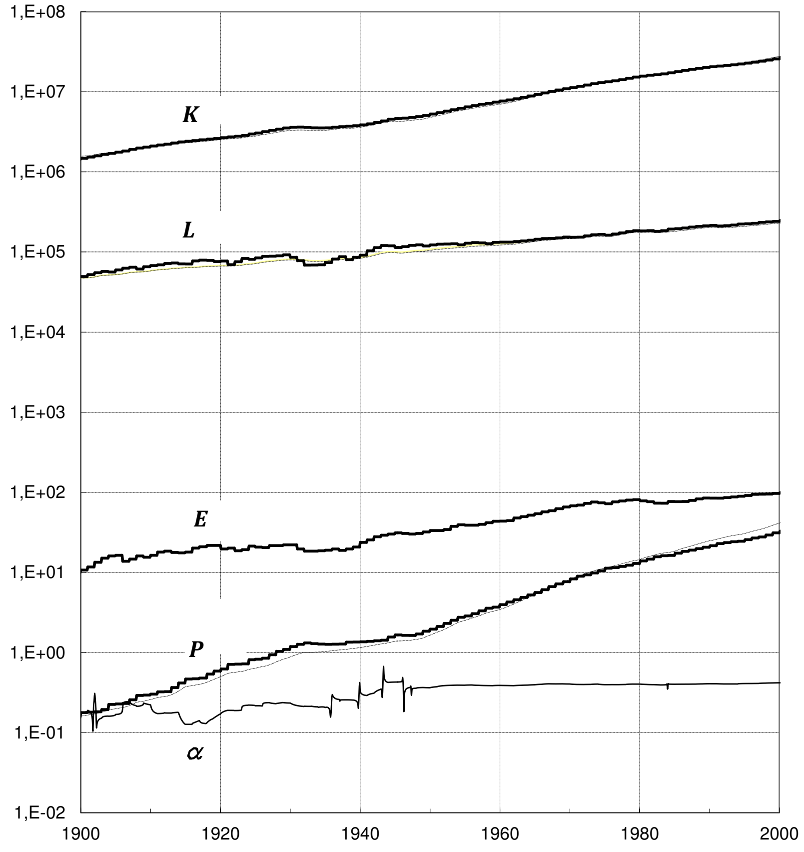

Рисунок 5.1 Производственные факторы в экономике США
Стоимость основного производственного оборудования (основной капитал) K в миллионах долларов 1996 года; трудозатраты L в миллионах человеко-часов в год; первичная энергия E, замещающая работа P в quads в год и безразмерный технологический индекс α. Жирные линии представляют эмпирические значения, в то время как слабые линии показывают результаты вычислений K, L, P и α по уравнениям (5.36); значения первичной энергии показаны для сравнения. Адаптировано из статьи (Pokrovskii, 2003).

технологической ситуации к другой τ и коэффициента амортизации μ определяет траекторию развития производственной системы, была рассмотрена (Pokrovskii, 2003) экономика Соединенных Штатов, для которой значения коэффициента выбытия основного капитала μ принимаем известными и соответствующими обсуждаемым в главе 2 (см. раздел 2.3.3) статистическим данным ($\mu \approx 0.02$ до 1925 года и увеличивается от 0.026 до 0.068 за 1925 - 1999 годы), время технологического переоборудования полагаем равным $\tau = 1\ year$. Темп потенциального роста трудозатрат $\tilde{\nu}$ является фактически темпом роста рабочей силы, а значения производственных факторов, $\tilde{\delta}$ и $\tilde{\eta}$ были заданы несколько бóльшими, чем темпы реального развития, так, чтобы полученные зависимости производственных факторов соответствовали эмпирическим. Фактически эта процедура восстанавливает потенциальные значения производственных факторов для производственной системы США. При заданных величинах система (5.36) похволяет найти временную зависимость всех переменных.

На рис. 5.1 показаны значения производственных факторов K, L, P и технологического индекса α, вычисленные при указанных значениях параметров системы и заданных темпах потенциального роста капитала, трудозатрат и работы замещения $\tilde{\delta}$, $\tilde{\nu}$ и $\tilde{\eta}$. Вычисленные значения производственных факторов, в силу выбора указанных величин, соответствуют эмпирическим оценкам, но при этом определяются также технологические коэффициенты $\overline{\lambda}$, $\overline{\varepsilon}$ и технологический индекс α. Вычисленные величины используются при оценке выпуска производственной системы в следующей главе.

Исследование обнаруживает пульсацию технологических коэффициентов и смену мод развития, показанные на рис. 5.2, что связано с существованием альтернативных типов функционирования системы производства, которые были описаны в разделе 5.3. В рассматриваемый период, в производстве США реализуется второй и третий случай, причем происходит смена типов развития через период времени около четырех лет. Производственные процессы протекают при изобилии инвестиций и сырья, но при дефиците труда, когда $\dfrac{d\overline{\lambda}}{dt} < 0$, или при дефиците замещающей работы, когда $\dfrac{d\overline{\lambda}}{dt} > 0$. Смена мод приводит к тому, что темпы реального роста производственных факторов оказываются меньше, чем заданные темпы потенциального роста.

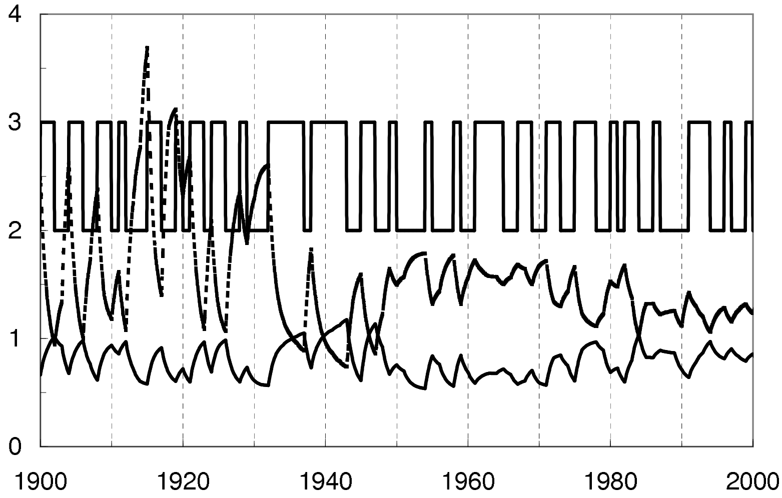

Рисунок 5.2 Технологические коэффициенты в экономике США

Трудотребование (нижняя сплошная кривая) и энерготребование (средняя пунктирная кривая) пульсируют с периодом пульсаций около четырёх лет. Верхняя ступенчатая кривая показывает смену мод развития от дефицита труда (значение 2) к дефициту замещающей работы (значение 3) и обратно.

Это исследование убеждает нас, что система уравнений (5.36) позволяет нарисовать сценарии развития производства при оценке доступности производственных факторов. Однако наибольшая трудность заключается в том, что темпы потенциального роста, которые следует рассматривать как эндогенные величины в проблеме развития человеческой популяции на Земле, остаются неизвестными и должны быть объектом специального исследования. Проблема уже обсуждалась в главе 2, хотя решения не существует.

5.5 Механизм развития производственной системы

Теперь мы возвращаемся к микроэкономическому подходу и полагаем, что производственная система состоит из многочисленных предприятий, каждый из которых включает один или более *технологиче-*

ских процессов, как обсуждалось в разделе 4.4. Базисные технологические процессы рассматриваются как *атомы* производственной системы. Каждый технологический процесс потребляет некоторые продукты и выпускает другие. Другими словами, предприятие преобразовывает набор продуктов $x_j, x_i, \ldots$, где ярлыки продуктов $j,\ i, \ldots$ заданы, в набор продуктов выпуска: $x_l, x_m, \ldots$, где ярлыки продуктов $l,\ m, \ldots$ также заданы. Для описания процесса удобно использовать векторы затрат и выпуска u и v с неотрицательными компонентами u_k и v_k, $k = 1, 2, \ldots, n$. Эта сторона технологического процесса была рассмотрена в разделе 4.4.

Кроме этого, каждый технологический процесс характеризуется оборудованием стоимостью K и затратами производственных факторов: труда L и энергии P, необходимых, чтобы оживить производственное оборудование. Итак, технологический процесс предприятия может быть задан набором пяти величин

$$\mathsf{u},\ \mathsf{v},\ K,\ L,\ P$$

или, считая масштаб производства несущественным, четырьмя величинами

$$\frac{\mathsf{u}}{K},\ \frac{\mathsf{v}}{K},\ r_1 = \frac{L}{K},\ r_2 = \frac{P}{K}. \tag{5.37}$$

Технологический процесс может быть изображен точкой в многомерном пространстве, которое состоит из пространства затраты - выпуск (рис. 4.1) и пространства производственных факторов (рис. 5.3).

Согласно Шумпетеру (Schumpeter, 1911), механизм развитие производственной системы можно представить как появление, рост и исчезновение технологических процессов (предприятия). Существенным моментом в этой схеме является появлением нового предприятия, которое может использовать известную технологию или создавать новую. В первом случае говорят о распространении известной технологии, при этом значения величин (5.37) оказывается одним и тем же для всех предприятий с подобной технологией. В этом случае говорят, что производство расширяется экстенсивно. В альтернативном случае появляются новые технологические процессы. Новое предприятие (технологический процесс), производит известную продукцию новыми методами (новизна процесса), или совершенно новую продукцию (новизна продукта). В любом случае значения величин (5.37) возникают в новых комбинациях.

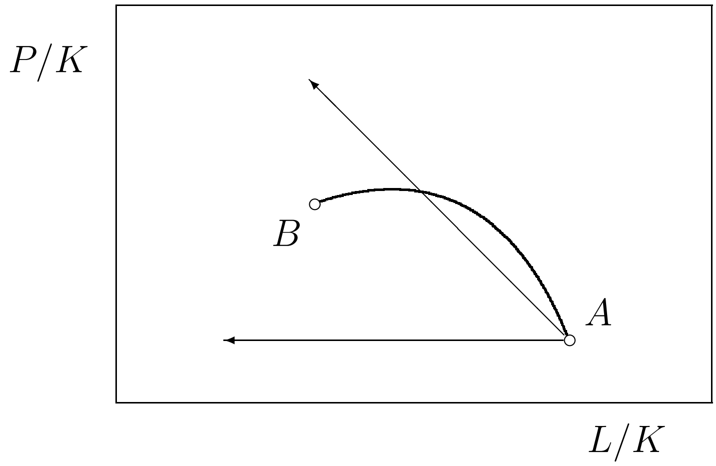

Рисунок 5.3 Пространство производственных факторов
Область внутри сектора является областью более эффективных технологий.

Решающую роль при возникновении нового предприятия играют предприниматели, некоторые из которых не ограничиваются воспроизведением известных технологических процессов, а рискуют, чтобы исследовать новые комбинации производственных факторов и материалов. Люди, занимающиеся такими делами – новопредприниматели, согласно Шумпетеру (Schumpeter, 1911), являются центральными фигурами экономического развития.

Можно вообразить простую схему развития производственной системы, состоящей из многих предприятий. Мы не обсуждаем стадии младенчества, юности, взросления и старения предприятий, описание чего может быть найдено в литературе. Для простоты, мы предполагаем, что технологический процесс остается неизменным от возникновения до момента исчезновения и считаем элементарными актами развития производственной системы акты появления, воспроизводства и исчезновение нового технологического процесса. Все существующие технологические процессы можно пронумеровать по времени их появления индексом α ($\alpha = 1, 2, \ldots$). Предприятие (технологический процесс) с характеристиками K^α, L^α, P^α появляется в момент времени t^α и исчезает в момент времени $t^\alpha + \tau$. Для простоты, время существования предприятия τ можно принять равным для всех предприятий. Величины K^α, L^α, P^α и t^α являются случайными величинами, так что следует ввести *функцию распределения появления нового пред-*

приятия. Удобно использовать переменные t^α, r_1^α, r_2^α ($\alpha = 1, 2, \ldots$) в качестве аргументов функции появления.

Теперь, можно определить технологический прогресс в терминах микроэкономических переменных r_1 и r_2. Эмпирические данные для, как мы верим, прогрессивно развивающейся американской экономики показывают, что темп роста капитала превышает темп роста затрат труда, тогда как темп роста производительной энергии превышает темп роста капитала (формулы 2.29, 2.30 и 2.37); так что для того, чтобы предприятие было партнером в технологическом прогрессе, следует записать отношения между переменными в виде

$$r_1^\alpha < r_1^0, \quad r_2^\alpha > r_2^0, \quad r_2^\alpha / r_1^\alpha > r_2^0 / r_1^0, \tag{5.38}$$

где нулевой индекс обозначает значения величин для предшествующей (начальной) технологии. Точки, соответствующие прогрессивно новой технологии, образуют сектор более производительных технологий на рис. 5.3.

Затем, могут быть определены выражения для производственных факторов. Можно пренебречь изнашиванием оборудования и записать

$$\begin{aligned}
K(t) &= \sum_\alpha \langle K^\alpha \left[\theta(t - t^\alpha) - \theta(t - \tau - t^\alpha)\right]\rangle, \\
L(t) &= \sum_\alpha \langle L^\alpha \left[\theta(t - t^\alpha) - \theta(t - \tau - t^\alpha)\right]\rangle, \\
P(t) &= \sum_\alpha \langle P^\alpha \left[\theta(t - t^\alpha) - \theta(t - \tau - t^\alpha)\right]\rangle, \qquad (5.39)
\end{aligned}$$

где использованы симметрическая ступенчатая функция $\theta(x)$ и, далее, дельта-функция $\delta(x)$ (см., например, Korn и Korn (1968) для объяснения свойств этих функций). Угловые скобки в формуле (5.39) обозначают усреднение относительно функции появления.

Чтобы вычислить технологические коэффициенты на основе отношения (5.39), необходимо знать функцию распределения появления или, другими словами, следует предположить определенный механизм развития системы производства. Не обсуждая конкретный механизм, мы предполагаем что функция появления является установившейся, то есть, не зависящей явно от времени. Это предположение позволяет нам вычислять производную величин (5.39) и найти выражения для инвестиций и технологических коэффициентов

$$I(t) = \sum_\alpha \langle K^\alpha \left[\delta(t - t^\alpha) - \delta(t - \tau - t^\alpha)\right]\rangle,$$

$$\lambda(t) = \frac{1}{I(t)} \sum_{\alpha} \langle r_1^\alpha \, K^\alpha \, [\delta(t - t^\alpha) - \delta(t - \tau - t^\alpha)] \rangle,$$

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{I(t)} \sum_{\alpha} \langle r_2^\alpha \, K^\alpha \, [\delta(t - t^\alpha) - \delta(t - \tau - t^\alpha)] \rangle. \qquad (5.40)$$

Зависимость технологических коэффициентов от времени определена зависимостью переменных r_1 и r_2 от индекса α. Чтобы оценить поведение технологических коэффициентов, можно ввести две безразмерные функции индекса и представить

$$r_1^\alpha = r_1^0(1 - \varphi_1(\alpha)), \quad r_2^\alpha = r_2^0(1 + \varphi_2(\alpha)), \qquad (5.41)$$

где малые величины $\varphi_1(\alpha)$ и $\varphi_2(\alpha)$ по предположению являются положительными в случае прогрессивного развития системы производства.

Это позволяет увидеть очевидный результат: технологический коэффициент $\lambda(t)$ убывает со временем в этом случае. Этот подход позволяет исследовать детали механизма развития производственной системы.

Литература

Blanchard O.J. and Fisher S. (1989) Lectures on Macroeconomics. MIT Press, Gambridge MA.

Korn G.A. and Korn T.M. (1968) Mathematical Handbook for Scientists and Engineers. McGraw-Hill, New York *etc.* Перевод: Корн Г. и Корн Т., Справочник по математике. Для научных работноков и инженеров. Наука, Главная редакция физ.-мат. литературы, Москва, 1974.

Pokrovski V.N. (1999) Physical Principles in the Theory of Economic Growth. Ashgate Publishing, Aldershot.

Pokrovski V.N. (2003) Energy in the theory of production. Energy 28: 769-788.

Schumpeter J.A. (1911) Theorie der wirtschaftlichen Entwicklung: Eine Untersuchung über Unternehmergewinn, Kapital, Kredit, Zins und den Kojunkturzyklus. Dunker und Humblot, Berlin. Перевод: Шумпетер Й, Теория экономического развития. Прогресс, Москва, 1982.